

Государственное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение
Иркутской области
«Тайшетский промышленно-технологический техникум»

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
по выполнению самостоятельных работ
к учебной дисциплине
Математика
образовательной программы (ОП)
для профессии СПО
38.01.02 - Продавец, контролер – кассир

2018

Методические указания по выполнению самостоятельной работы к учебной дисциплине «Математика» разработаны на основе Федерального

компонента государственного образовательного стандарта среднего общего образования и рабочей программы по учебной дисциплине «Математика» для профессии среднего профессионального образования подготовки квалифицированных рабочих, служащих социально-экономического профиля
38.01.02 - Продавец, контролер – кассир.


Организация-разработчик: Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Иркутской области «Тайшетский промышленно-технологический техникум»

Разработчики:

Снопкова Ирина Владимировна, преподаватель ГБПОУ ИО ТПТТ

Коробанько Ольга Станиславовна, преподаватель ГБПОУ ИО ТПТТ

Рассмотрено и одобрено на заседании методической комиссии
общеобразовательных дисциплин, протокол № 9 от 31. 05. 2018 г.

Председатель комиссии  И.В.Снопкова

Темы внеаудиторных самостоятельных работ

№п/п	Наименование темы	Количество часов	Вид работы
1 курс – 66 часов			
Введение		2	
1	«Математика и я»	2	Сочинение
Тема 1. Развитие понятия о числе		6	
2	Развитие понятия о числе	1	Таблица
3	Число π	2	Сообщение
4	Приближенные вычисления	2	Решение задачи
5	Комплексные числа	1	Таблица
Тема 2. Корни, степени и логарифмы		15	
6	Решение иррациональных уравнений.	3	Решение задачи
7	Степень с действительным показателем	3	Решение задачи
8	Решение показательных уравнений и неравенств	3	Решение задачи
9	Применение свойств логарифмов	3	Решение задачи
10	Решение логарифмических уравнений и неравенств.	3	Решение задачи
Тема 3. Прямые и плоскости в пространстве		12	
11	Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве	1	Тест, вопросы
12	Жизнь и деятельность ученых - математиков	3	Сообщение
13	Параллельное проектирование. Площадь ортогональной проекции.	2	Конспект
14	Геометрия Евклида	3	Реферат
15	Теорема о трех перпендикулярах	3	Решение задачи
Тема 4. Комбинаторика		8	
16	Из истории комбинаторики	2	Сообщение
17	Размещения, перестановки, сочетания	2	Таблица
18	Решение комбинаторных задач.	4	Решение задачи
Тема 5. Координаты и векторы		11	
19	Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве	3	Конспект
20	Координаты в пространстве	2	Решение задачи
21	Действия над векторами	3	Решение задачи
22	Скалярное произведение векторов	3	Решение задачи
Тема 6. Основы тригонометрии		12	
23	Радиианная мера угла	2	Решение задачи
24	Тригонометрия	3	Таблица
25	Преобразование тригонометрических выражений	4	Решение задачи
26	Преобразование графиков тригонометрических функций	3	Конспект
2 курс – 76 часов			
Тема 6. Основы тригонометрии		5	
27	Основные типы тригонометрических уравнений и неравенств	2	Конспект
28	Решение тригонометрических уравнений.	3	Решение задачи
Тема 7. Функции и графики		12	

29	Свойства функции. Построение графиков функции	3	Решение з
30	Исследование функции и построение графика	3	Решение з
31	Обратные тригонометрические функции	3	Конспе
32	Непрерывность функции	3	Конспе
Тема 8. Многогранники и круглые тела		15	
33	Возникновение названий геометрических тел	2	Историче справк
34	Выполнение моделей многогранников	3	Практиче задани
35	Правильные и полуправильные многогранники	2	Сообщен
36	Многогранники и их поверхности	4	Решение з
37	Тела вращения и их поверхности	4	Решение з
Тема 9. Начала математического анализа		15	
38	Вычисление производной функции	3	Решение з
39	Геометрический смысл производной	4	Решение з
40	Физический смысл производной	4	Решение з
41	Применение производной к исследованию функции	4	Решение з
Тема 10. Интеграл и его применение		9	
42	Первообразная	2	Решение з
43	Вычисление площади криволинейной трапеции по готовому чертежу	3	Решение з
44	Вычисление площади криволинейной трапеции с помощью интеграла	4	Решение з
Тема 11. Элементы теории вероятностей и математической статистики		8	
45	Решение задач по теории вероятностей	4	Решение з
46	Средние значения и их применение в статистике	4	Решение з
Тема 12. Уравнения и неравенства		12	
47	Основные приемы решения уравнений	2	Конспе
48	Решение уравнений и систем уравнений	4	Решение з
49	Основные методы решения неравенств	2	Конспе
50	Решение неравенств	4	Решение з

Введение

Внеаудиторная самостоятельная работа студентов - планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа студентов, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве и консультативной помощи преподавателя, но без его непосредственного участия.

В нормативных документах определены цели самостоятельной внеаудиторной работы студентов:

- 1 закрепление, углубление, расширение и систематизация знаний, полученных во время аудиторных занятий, самостоятельное овладение новым учебным материалом;
- 2 формирование общетрудовых и общепрофессиональных умений;
- 3 формирование умений и навыков самостоятельного умственного труда;
- 4 развитие самостоятельности мышления;
- 5 формирование убежденности, волевых черт характера, способности к самоорганизации.

Содержание внеаудиторной самостоятельной работы определяется следующими её видами:

- для овладения знаниями: чтение текста (учебника, первоисточника, дополнительной литературы); составление плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочниками: ознакомление с нормативными документами; учебно-исследовательская работа; использование аудио- и видеозаписей, компьютерной техники и Интернета и др.;
- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; работа над учебным материалом (учебника, первоисточника, дополнительной литературы, аудио- и видеозаписей); составление плана и тезисов ответа; составление таблиц для систематизации учебного материала; изучение нормативных материалов; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста (аннотирование, рецензирование, реферирование и др.); подготовка тезисов сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка рефератов, докладов: составление библиографии, тематических кроссвордов и др.;
- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; выполнение чертежей, схем; выполнение расчетно-графических работ; решение ситуационных производственных (профессиональных) задач; подготовка к деловым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности; подготовка курсовых и дипломных работ (проектов); экспериментально-конструкторская работа; опытно-экспериментальная работа; упражнения на тренажере; упражнения спортивно-оздоровительного характера.

Выполнение ВСР способствует формированию общих компетенций:

- ОК 1. Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес.
- ОК 2. Организовывать собственную деятельность, исходя из цели и способов ее достижения, определенных руководителем.
- ОК 3. Анализировать рабочую ситуацию, осуществлять текущий и итоговый контроль, оценку и коррекцию собственной деятельности, нести ответственность за результаты своей работы.
- ОК 4. Осуществлять поиск информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач.
- ОК 5. Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.
- ОК 6. Работать в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, клиентами.

В качестве форм и методов контроля внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут быть использованы фронтальные опросы на семинарских и практических занятиях, коллоквиумы, зачеты, тестирование, самоотчеты, контрольные работы, защита творческих работ и др.

Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы студента являются:

- уровень освоения учебного материала,
- умение использовать теоретические знания при выполнении практических задач,
- полнота общеучебных представлений, знаний и умений по изучаемой теме, к которой относится данная самостоятельная работа,
- обоснованность и четкость изложения ответа на поставленный по внеаудиторной самостоятельной работе вопрос,
- оформление отчетного материала в соответствии с известными или заданными преподавателем требованиями, предъявляемыми к подобного рода материалам.

Указания к выполнению внеаудиторной самостоятельной работы

- 1 Для выполнения внеаудиторной самостоятельной работы заводится общая тетрадь объемом не менее 48 листов.
- 2 Работа сдаётся преподавателю на проверку на следующий урок после выдачи задания.
- 3 В тетради для внеаудиторной самостоятельной работы выполняются следующие виды заданий: мини - сочинения, исторические справки, сообщения, конспекты, решение заданий, тесты.
- 4 Реферат или доклад выполняется на листах формата А4 и вкладывается в папку.
- 5 Решения задач следует излагать подробно и аккуратно.
- 6 Оформление решения задачи следует завершать словом «Ответ».

ЗАДАНИЯ

ДЛЯ ВНЕАУДИТОРНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа № 1:

Написать сочинение на тему «Математика и я»

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- сочинение на тему «Математика и я»

В процессе выполнения работы студент должен:

- изложить в сочинении свое отношение к предмету «Математика», свои мысли и рассуждения о том, для чего ему могут пригодиться знания по математике и т.п.

Форма представления работы: письменная работа – сочинение-рассуждение (не менее 60 слов)

Перечень заданий:

- 1 Внимательно обдумайте тему сочинения.
- 2 Составьте план сочинения.
- 3 Напишите сочинения на заданную тему.

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Имеются отступления от требований к сочинению. В частности: тема освещена лишь частично; отсутствуют выводы или не выдержан объём, допущены орфографические ошибки.
2	высокий	Основные требования к сочинению выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, отсутствует логическая последовательность в суждениях.
3	оптимальный	Выполнены все требования к написанию сочинения: обозначена тема и обоснована её актуальность; логично изложена собственная позиция; сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объём; нет орфографических ошибок.

Тема 1. Развитие понятия о числе

Самостоятельная работа № 2

Заполнить таблицу «Развитие понятия о числе»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
2. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с

Интернет –ресурсы:

- 1 <http://refleader.ru/bewyfsujgmer.html>
- 2 <http://zestlessons.narod.ru/number/history.htm>
- 3 http://www.kfors.org/publ/pomoshh_studentu/matematika/razvitie_ponjatija_chisla/27-1-0-65
- 4 <http://fb.ru/article/181145/istoriya-razvitiya-chisla-razvitie-ponyatiya-chisla>

Время на выполнение – 1 час

По итогам выполнения студент должен представить:

- заполненную таблицу

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме;
- заполнить таблицу

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

- 1 Повторите материал лекции по теме «Развитие понятия о числе»
- 2 Прочитайте материал по данной теме в учебнике Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2012
- 3 Прочитайте материал по данной теме в других источниках информации.
- 4 Заполните таблицу в соответствии с заданием.

Задание для самостоятельной работы

Заполните таблицу

Вид числа	Обозначение множества чисел	Определение чисел	Примеры чисел	Для чего людям понадобились эти числа
<i>Натуральные числа</i>				
<i>Целые числа</i>				
<i>Рациональные числа</i>				
<i>Иррациональные числа</i>				
<i>Комплексные числа</i>				

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Правильно заполнен теоретический материал в таблице, приведено мало примеров
2	высокий	Правильно заполнен теоретический материал в таблице, приведены индивидуальные примеры, допущены недочеты.
3	оптимальный	Правильно заполнен теоретический материал в таблице, приведены индивидуальные примеры

Самостоятельная работа № 3

Подготовить сообщение по теме:

«Число π »

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Понарин Я.П. Алгебра комплексных чисел в геометрических задачах. М.: МЦНМО, 2004-160 с (электронный вариант)
2. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
3. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
4. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет - ресурсы:

1. http://crow.academy.ru/dm/materials_/pi/history.htm
2. <http://hijos.ru/2013/02/20/kratkaya-istoriya-chisla-pi/>
3. [https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8_\(%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE\)](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B8_(%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%BE))
4. <http://sebulfin.com/dobryie-istorii/istoriya-chisla-pi>
5. <http://www.genon.ru/GetAnswer.aspx?qid=c4424472-323c-415c-b10b-e06be630423b>
6. <http://www.genon.ru/GetAnswer.aspx?qid=5806df1c-fa85-4ed3-a1e7-18d9613ec822>
7. http://www.arbuz.uz/u_pi_izvestia.html

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- сообщение (с презентацией) на тему « Число ПИ»

В процессе выполнения работы студент должен:

- найти и прочитать литературу по указанной теме,
- составить сообщение (с презентацией) «Число ПИ»

Форма представления работы: устное сообщение с презентацией.

Перечень заданий:

1. Изучите литературу по теме «Число ПИ»
2. Прочитайте методические рекомендации по написанию сообщения (приложения 4, 5)
3. Составьте сообщение с презентацией в соответствии с заданием.

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Отсутствует система в изложении материала, текст большой, нарушены правила составления презентации.
2	высокий	Выполнены все требования: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала, но

		при этом допущены недочеты.
3	оптимальный	Выполнены все требования: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала.

Самостоятельная работа № 4.

Выполните задания по теме:

«Приближенные вычисления»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с

Интернет –ресурсы:

1. http://kaf-fiz-1586.narod.ru/10af/pribl_vych.htm
2. <http://ibrain.kz/matematika/priblizhennye-vychisleniya>
3. http://khpi-iip.mipk.kharkiv.edu/library/datastr/book_sod/structura/chapter8.htm

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- решенные задания по теме «Приближенные вычисления»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме;

- решить примеры

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекции по теме «Приближенные вычисления»
2. Прочитайте теоретический материал, приведенный ниже
3. Повторите примеры решения заданий в аудитории
4. Выполните задания для самостоятельной работы

Теоретический материал

Правила для выполнения действий без точного учета погрешностей:

1. При сложении, вычитании приближенных чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их имеется в данном, с наименьшим числом десятичных знаков.
2. При умножении и делении приближенных чисел в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в данном с наименьшим числом значащих цифр.
3. При возведении в квадрат и куб в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в основании степени.
4. При извлечении квадратных и кубических корней в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеется в подкоренном числе.
5. При выполнении промежуточных действий в результате следует сохранять одну лишнюю (запасную) цифру, которую в окончательном результате отбрасывают.

Определение: Цифры, записанные справа от запятой, называются десятичными знаками числа.

Определение: Значащими цифрами числа называются все его верные цифры, кроме нулей, записанных левее первой отличной от нуля цифры.

α

Определение: Цифра α в записи приближения называется верной, если абсолютная погрешность не превышает того разряда, в котором эта цифра записана. В противном случае цифра называется сомнительной.

Критерии оценки результата

Результативность	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
Правильно решены все задания уровней А,В	5	отлично
Правильно решены все задания уровней А,В, но есть вычислительная ошибка или недочеты в записи решения.	4	хорошо
Правильно решены все уравнения уровня А	3	удовлетворительно
Допущены ошибки в решении заданий уровня А, не приступали к решению заданий уровня В	2	неудовлетворительно
Или		

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
$90 \div 100$	5	отлично
$80 \div 89$	4	хорошо
$70 \div 79$	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Задания для самостоятельной работы

Применив правила для выполнения действий без точного учета погрешностей, выполните действия.

Уровень А

1. Найти сумму $x + y$ и разность $x - y$, если:

1 вариант	2 вариант
$x \approx 1,34; y \approx 2,30$	$x \approx 4,331; y \approx 5,7$
а) _____ ;	а) _____ ;
$x \approx 2,0 \cdot 10^3; y \approx 1,25 \cdot 10^2$	$x \approx 1,25 \cdot 10^2; y \approx 7,1 \cdot 10^{-1}$
б) _____ ;	б) _____ ;

2. Найти произведение $x \cdot y$ и частное $\frac{x}{y}$, если

1 вариант	2 вариант
$x \approx 1,26; y \approx 2,10$	$x \approx 25,678; y \approx 1,23$
а) _____ ; _____ ;	а) _____ ; _____ ;
$x \approx 1,2 \cdot 10^2; y \approx 3 \cdot 10^2$	$x \approx 4,8 \cdot 10^2; y \approx 1,331 \cdot 10^{-2}$
б) _____ ; _____ ;	б) _____ ; _____ ;

3. Найдите значение выражения $\frac{x \cdot y}{x^2 + y^2}$ для $x \approx 1,34; y \approx 2,30$; _____. Для вычисления рекомендуется пользоваться калькулятором.
4. Вычислите, ответ округлите до 0,001.

1 вариант	2 вариант
$\frac{1,9 \cdot 6,3 \cdot 3,05}{5,3 \cdot 125}$	$\frac{5,8 \cdot 6,55 \cdot 4,05}{12,4 \cdot 215}$
а) _____ ;	а) _____ ;
$\frac{0,815 \cdot 12,6 \cdot 5,05}{0,0854 \cdot 18,9}$	$\frac{0,0615 \cdot 19,8 \cdot 60,4}{3,08 \cdot 46,2}$
б) _____ ;	б) _____ ;

Уровень В

5. Округлите число 23,1927 до сотых долей и найдите абсолютную и относительную погрешность приближения.
6. При измерении длины одного отрезка с точностью до 0,004 м, было найдено значение 3,27 м, а при измерении длины другого отрезка с точностью до 0,05 см получено 11,5 см. Какое измерение по своему качеству лучше?

Самостоятельная работа № 5.

Заполнить таблицу «Комплексные числа»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с

Интернет –ресурсы:

1. <http://refleader.ru/bewyfsujgmer.html>
2. <http://www.dsplib.ru/content/complex/complex.html>
3. <http://www.mathematics.ru/courses/algebra/content/chapter1/section4/paragraph1/theory.html>
4. <http://das-it-super.ucoz.ru/publ/7-1-0-1>

Время на выполнение – 1 час

По итогам выполнения студент должен представить:

- заполненную таблицу

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме;
- заполнить таблицу

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

- 1.Повторите материал лекции по теме «Комплексные числа»
2. Прочитайте материал по данной теме в учебнике Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2012
3. Прочитайте материал по данной теме в других источниках информации.

4. Заполните таблицу в соответствии с заданием.

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Правильно заполнен теоретический материал в таблице, приведены индивидуальные примеры, при решении допущено 3 вычислительные ошибки
2	высокий	Правильно заполнен теоретический материал в таблице, приведены индивидуальные примеры, при решении допущено не более двух вычислительных ошибок
3	оптимальный	Правильно заполнен теоретический материал в таблице, приведены индивидуальные примеры и правильно решены

Задание для самостоятельной работы

Заполните таблицу:

	Задание	Теоретические сведения	Пример, решение
1	Определение комплексного числа.		
2	Сложение комплексных чисел (образец)	Суммой двух комплексных чисел $a+bi$ и $c+di$ называется комплексное число $(a+c)+(c+d)i$ т.е $(a+bi) + (c+di) = (a+c)+(c+d)i$	$(2+3i) + (-5+i) = (2+(-5))+(3+1)i = -3+4i$
3	Вычитание комплексных чисел.		
4	Модуль комплексного числа.		
5	Умножение комплексных чисел.		
6	Деление двух комплексных чисел.		
7	Тригонометрическая форма комплексного числа.		
8	Показательная форма комплексного числа		

Тема 2. Корни, степени и логарифмы

Самостоятельная работа № 6

Решение иррациональных уравнений

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2055.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. http://edu.sernam.ru/book_el_math.php?id=71
2. <http://festival.1september.ru/articles/312257/>
3. <http://diffur.kemsu.ru/1/teori/ir-yr.htm>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Иррациональные уравнения»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать конспект лекции по теме «Иррациональные уравнения»,
- решить данные иррациональные уравнения

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекции по теме «Иррациональные уравнения»

2. Рассмотрите примеры решения иррациональных уравнений.
 3. Решите иррациональные уравнения в соответствии с заданием.

Теоретический материал

Формулы сокращенного умножения:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2 ;$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2 ;$$

Решение квадратных уравнений:

$$a \cdot x^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac ,$$

Если $D > 0$, то $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Если $D = 0$, то $x = \frac{-b}{2a}$

Если $D < 0$, то корней нет

Задания для самостоятельной работы:

Решите иррациональные уравнения

№п/п	Вариант 1	№п/п	Вариант 2
Уровень А		Уровень А	
1	$\sqrt{2x-5} = 5$	1	$\sqrt{9x-20} = 4$
2	$\sqrt{4x-15} = 5$	2	$\sqrt{5x-14} = 4$
3	$\sqrt{3x+1} = x-1$	3	$\sqrt{2x+4} = x-2$
4	$\sqrt{x^2-4x} = \sqrt{6-3x}$	4	$\sqrt{x^2-10} = \sqrt{-3x}$
Уровень В		Уровень В	
5	$\sqrt{x^2+x-3} = \sqrt{1-2x}$	5	$\sqrt{x^2-4x+3} = \sqrt{1-x} ;$
6	$\sqrt{x-2} + 2\sqrt{x+6} = 4$	6	$\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 3$
7	$2\sqrt{x} - \sqrt[4]{x} = 1$	7	$3\sqrt{x} + 2\sqrt[4]{x} = 5$
Уровень С		Уровень С	
8	$x^2+3x-\sqrt{x^2+3x}-2=0$	8	$x^2-8x-2\sqrt{x^2-8x}-3=0$

Критерии оценки результата

Результативность	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
Правильно решены все уравнения уровней А,В,С	5	отлично

Правильно решены все уравнения уровней А,В, С, но есть вычислительная ошибка или недочеты в записи решения. Или правильно решены все уравнения уровней А, В	4	хорошо
Правильно решены все уравнения уровней А, В, но есть вычислительная ошибка или правильно решены все уравнения уровня А	3	удовлетворительно
Допущены ошибки в решении уравнений уровня А, не приступали к решению уравнений уровня В и уровня С.	2	неудовлетворительно

Самостоятельная работа № 7

Степень с действительным показателем

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.studfiles.ru/preview/2481895/>
2. <http://gigabaza.ru/doc/30244.html>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Степень с действительным показателем»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать конспект лекции по теме «Степень с действительным показателем»
- решить данные примеры

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекции по теме «Степень с действительным показателем»
2. Повторите примеры, рассмотренные в аудитории
3. Вычислите примеры в соответствии с заданием.

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Задания для самостоятельной работы:

Вычислите

Вариант 1	Вариант 2
------------------	------------------

$(\sqrt{32})^{\frac{2}{5}}$	$4^{-\frac{3}{2}}$	$64^{\frac{5}{6}}$	$32^{-\frac{3}{5}}$	$(\sqrt{27})^{\frac{2}{3}}$	$32^{\frac{4}{5}}$	$(\sqrt{8})^{\frac{2}{3}}$	$16^{-\frac{3}{4}}$
$4^{-\frac{1}{2}}$	$(\frac{1}{9})^{-\frac{1}{2}}$	$125^{-\frac{1}{3}}$	$(\frac{1}{8})^{-\frac{1}{3}}$	$16^{-\frac{1}{4}}$	$(\frac{1}{16})^{-\frac{1}{2}}$	$81^{-\frac{1}{4}}$	$(\frac{1}{27})^{-\frac{1}{3}}$
$16^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{2}}$	$8^{\frac{1}{3}}$	$32^{\frac{1}{5}}$	$27^{\frac{1}{3}}$	$81^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{3}}$	$25^{\frac{1}{2}}$
$(\sqrt{7})^2$	$(\sqrt{2})^8$	$(\sqrt{5})^4$	$(\sqrt{2})^{10}$	$(\sqrt{6})^4$	$(\sqrt{2})^6$	$(\sqrt{3})^4$	$(\sqrt{5})^0$
$(\frac{3}{2})^{-3}$	$(\frac{2}{5})^{-2}$	$(\frac{3}{4})^{-3}$	$(\frac{1}{2})^{-5}$	$(\frac{1}{3})^{-1}$	$(\frac{2}{3})^{-4}$	$(\frac{3}{4})^{-1}$	$(\frac{1}{2})^{-4}$
6^{-2}	2^{-4}	3^{-3}	5^{-1}	3^{-4}	2^{-3}	7^{-2}	4^{-1}
$(\frac{1}{2})^5$	$(\frac{2}{3})^3$	$(\frac{3}{5})^2$	$(\frac{3}{2})^1$	$(\frac{4}{3})^3$	$(\frac{1}{3})^4$	$(\frac{2}{5})^3$	$(\frac{3}{4})^2$
3^4	4^3	2^4	5^3	2^5	3^3	5^0	2^3

Самостоятельная работа № 8

Решение показательных уравнений и неравенств

Рекомендуемая литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз. учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-е изд. М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет -ресурсы:

1. <http://yourtutor.info/%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5-%D0%B7%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87-%D1%813-%D0%B5%D0%B3%D1%8D-%D0%BF%D0%BE-%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B5-%D0%BF%D0%BE%D0%BA>
2. <http://www.nado5.ru/e-book/reshenie-pokazatelnykh-uravnenii-i-neravenstv>
3. <http://interneturok.ru/algebra/11-klass/pokazatel'naya-i-logarifmicheskaya-funktsii/pokazatelnye-neravenstva>
4. <http://mathus.ru/math/pokazun.pdf>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Решение показательных уравнений и неравенств»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать конспекты лекций по темам «Решение показательных уравнений», «Решение показательных неравенств»
- изучить другую литературу по данной теме
- решить данные иррациональные уравнения

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по темам «Решение показательных уравнений», «Решение показательных неравенств».
2. Прочитайте материал по данной теме в других источниках
3. Изучите теоретический материал, приведенный ниже.
4. Рассмотрите образцы решения показательных уравнений и неравенств, приведенные ниже.
5. Решите уравнения и неравенства в соответствии с заданием.

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Теоретический материал

Степени чисел от 0 до 10

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
3^n	1	3	9	27	81	243	729	2187	6561	19683	59049
4^n	1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536	262144	
5^n	1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625		
6^n	1	6	36	216	1296	7776	46656	279936			
7^n	1	7	49	343	2401	16807	117649				
8^n	1	8	64	512	4096	32768					
9^n	1	9	81	729	6561	59049					
10^n	1	10	100	1000	10000						

Решение квадратных уравнений:

$$a \cdot x^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

Если $D > 0$, то $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Если $D = 0$, то $x = \frac{-b}{2a}$

Если $D < 0$, то корней нет

Формулы сокращенного умножения:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Свойства степеней

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

4. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

5. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

6. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Свойства корней n-ой степени

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

3. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

4. $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$

5. $\sqrt[n \cdot k]{a^{n \cdot k}} = \sqrt[n]{a^k}$

6. $\sqrt[n]{a^n} = a$

<p>7. $a^0 = 1$</p> <p>8. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$</p> <p>9. $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$</p>	<p>7. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$</p>
---	--

Показательное уравнение – это уравнение, в котором неизвестное содержится в показателе степени

Решение показательных уравнений. Метод выноса за скобки

Образцы решения

1. Решить уравнение:

$$3^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-2} = 25$$

В левой части выносим за скобки степень с наименьшим показателем, то есть 3^{x-2} . В результате получим:

$$\text{По свойству степеней } 3^{x+1} = 3^x \cdot 3, \quad 3^{x-2} = 3^x \cdot 3^{-2} = 3^x \cdot \frac{1}{9},$$

$$\text{Получаем } 3^x \cdot 3 - 2 \cdot 3^x \cdot \frac{1}{9} = 25$$

Вынесем за скобки общий множитель 3^x

$$3^x \left(3 - \frac{2}{9} \right) = 25$$

$$3^x \cdot 2\frac{7}{9} = 25$$

$$3^x = 25 : 2\frac{7}{9}$$

$$3^x = 25 \cdot \frac{9}{25}$$

$$3^x = 9$$

$$3^x = 3^2$$

$$x = 2 \quad \text{Ответ: } x = 2$$

или другой способ решения:

$$3^{x-2} \left(\frac{3^{x+1}}{3^{x-2}} - \frac{2 \cdot 3^{x-2}}{3^{x-2}} \right) = 25$$

$$3^{x-2}(3^{x+1-(x-2)}-2)=25$$

$$3^{x-2}(3^{x+1-x+2}-2)=25$$

$$3^{x-2}(3^3-2)=25$$

$$3^{x-2} \cdot 25 = 25$$

$$3^{x-2} = 1, 3^{x-2} = 3^0, \text{отсюда следует, что } x = 2.$$

Ответ: $x = 2$.

Уравнения, сводящиеся к квадратным (метод замены)

Образцы решения

1. Решить уравнение:

$$4^x + 2^{x+1} - 24 = 0$$

Решение: Заметив, что $4^x = (2^2)^x = 2^{2x} = (2^x)^2$, а $2^{x+1} = 2 \cdot 2^x$

Перепишем заданное уравнение в виде:

$$(2^x)^2 + 2 \cdot 2^x - 24 = 0$$

Вводим новую переменную: $t = 2^x$, тогда уравнение примет вид:

$$t^2 + 2t - 24 = 0$$

Решив квадратное уравнение, получим: $t_1 = 4$, $t_2 = -6$. Но так как $t = 2^x$, то надо решить два уравнения:

$$2^x = 4 \text{ и } 2^x = -6$$

Решим первое уравнение:

$$2^x = 2^2 \text{ отсюда следует, что } x = 2.$$

Рассмотрим второе уравнение.

Второе уравнение не имеет решения, так как $2^x > 0$ для любых значений x .

Ответ: 2.

Образцы решения показательных неравенств

1. Решить неравенство

$$2^x - 2^{x-2} \leq 3.$$

Решение:

Выносим за скобки степень с наименьшим показателем, т.е. 2^{x-2} .

$$\text{Получим: } 2^{x-2}(2^2 - 1) \leq 3,$$

$$2^x \cdot 3 \leq 3,$$

$$2^x \leq 1, \text{ так как } 2^0 = 1 \text{ то}$$

$$2^x \leq 2^0$$

Так как основание $2 > 1$, то неравенство равносильно неравенству того же смысла $x \leq 0$.

Ответ: $x \in (-\infty; 0]$.

2. Решить неравенство

$$7^{2x} - 8 \cdot 7^x + 7 < 0$$

Решение.

Заменим: $7^x = t, t > 0$;

Получим неравенство: $t^2 - 8t + 7 < 0$. Трехчлен $t^2 - 8t + 7$ разложим на множители:
 $(t-7)(t-1) < 0$.

Решая неравенство методом интервалов, получаем:

$$t \in (1; 7) \text{ т.е. } t < 7; t > 1.$$

Делаем обратную замену:

$$7^x < 7, a = 7 > 1, \text{ то } x < 1$$

$$7^x > 1, 7^x > 7^0, a = 7 > 1, \text{ то } x > 0$$

Ответ: $x \in (0; 1)$.

Задания для самостоятельной работы

Решите показательные уравнения и неравенства

Вариант 1	Вариант 2
Показательные уравнения	
1) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$ 2) $3^{12-x} = 27^x$ 3) $5^{49-x} = 125^{4x}$ 4) $4^x + 2^x - 20 = 0$	1) $(0,1)^{2x-3} = 10$ 2) $4^{12-x} = 64^x$ 3) $7^{12-8x} = 49^{2x}$ 4) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$
5 $3^{x+2} - 3^x = 72$	5 $2^{x-2} - 2^{x-4} = 15$
6 $2 \cdot 3^{x+3} - 5 \cdot 3^{x-2} = 1443$	6 $3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 3159$
7 $2 \cdot 2^{2x} + 3 \cdot 2^x - 10 = 0$	7 $2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$
Показательные неравенства	
1) $5^{4x-7} > 1$	1) $2^{2x-9} < 1$

$\left(\frac{3}{5}\right)^{8-2x} < \left(\frac{9}{25}\right)^{x+3}$	$\left(\frac{7}{11}\right)^{-0,5-3x} < \left(\frac{7}{11}\right)^{x+1,5}$
$2^x + 2^{x+2} \leq 20$	$\sqrt[3]{\left(\frac{1}{5}\right)^{3x+4}} + \left(\frac{1}{5}\right)^{3x+5} > 6$

Самостоятельная работа № 9

Применение свойств логарифмов

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомоллов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет -ресурсы:

1. <http://matematikalegko.ru/vichislnie-viragenii/logarifmicheskie-vyrazheniya-primery.html>
2. <http://ege-ok.ru/2015/04/28/preobrazovanie-logarifmicheskix-vyrazhenij>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Применение свойств логарифмов»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,

- рассмотреть примеры выполнения заданий,
- выполнить предложенные задания

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекции по теме «Логарифмы. Свойства логарифмов»
2. Прочитайте материал по данной теме в других источниках
3. Изучите теоретический материал, приведенный ниже.
3. Решите примеры в соответствии с заданием.

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Теоретический материал:

Основное логарифмическое тождество: $a^{\log_a b} = b.$

Свойства логарифмов:

1. $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c);$
2. $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c};$
3. $\log_a b^r = r \cdot \log_a b.$

Задания для самостоятельной работы:

Вариант 1

1. Вычислить:

$$\begin{array}{l}
 \text{а} \\
 \text{б} \\
 \text{в} \quad 5,1 \log_{5,1} 9; \text{г} \quad 7 \log_{7,16}; \text{д} \quad 12^{1+\log_{12} 4}; \text{е} \quad \log_2 \frac{1}{32}; \text{ж} \quad \log_{27} 9; \text{з} \quad 3^{1+\log_3 5};
 \end{array}$$

2. Выяснить при каких значениях X имеет смысл выражение:

$$(4-x); б$$

$$(x^2-16); в$$

$$а \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{2}{3}} \log_3 \frac{7-3x}{x-4}; \log$$

3. Вычислить:

$$а 2^{2+\log_2 5}; \quad б 2^{3\log_2 4}; \quad в \frac{\log_7 25}{\log_7 5}.$$

4. Вычислить:

$$а) \log_{15} 5 + \log_{15} 3; \quad б) \log_{0,1} 5 + \log_{0,1} 2; в \log_5 50 - \log_5 2; з \log_2 8^7;$$

$$д \log_{13} \sqrt[5]{169}; е \frac{1}{2} \log_{10} 0,81 - 2 \log_{10} 3;$$

Вариант 2

1. Вычислить:

$$\begin{matrix} а \\ б \end{matrix} \log_{6,3} \log_{6,3} 7; \log_{5,5} \log_{5,5} 13; в 7^{2+\log_7 4}; з \log_3 \frac{1}{27}; д \log_{16} 8; е) 5^{\log_5 0,2}.$$

2. Выяснить при каких значениях X имеет смысл выражение:

$$(7-x); б$$

$$(x^2-16); в$$

$$а \log_{0,2} \log_{\frac{2}{3}} \log_5 \frac{7+2x}{x-3}; \log$$

3. Вычислить:

$$а 3^{1+\log_3 8}; \quad б \frac{\log_4 36}{\log_4 6};$$

4. Вычислить:

$$а \log_{12} 3 + \log_{12} 4; б \log_{\frac{1}{6}} 4 + \log_{\frac{1}{6}} 9; \quad в \log_4 192 - \log_4 3; \quad з \log_3 9^{10};$$

$$д \log_{15} \sqrt[3]{225}; \quad е). \frac{1}{2}.$$

Самостоятельная работа № 10

Решение логарифмических уравнений и неравенств

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз. учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-е изд. М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет - ресурсы:

- 1) <http://yoututor.info/%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5-%D0%B7%D0%B0%D0%B4%D0%B0%D1%87-%D1%813-%D0%B5%D0%B3%D1%8D-%D0%BF%D0%BE-%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B5-%D0%BB%D0%BE%D0%B3>
- 2) <http://interneturok.ru/repetitorskiy-proekt/prakticheskie-zanyatiya-po-podgotovke-k-ege-po-matematike/tema-3-pokazatelnye-i-logarifmicheskie-funksii-trigonometriya/logarifmicheskie-uravneniya-neravenstva-i-ih-sistemy>
- 3) <http://mathus.ru/math/logun.pdf>
- 4) <http://ege-ok.ru/2012/02/10/reshenie-logarifmicheskikh-neravenstv>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Решение показательных уравнений и неравенств»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать конспекты лекций по темам «Решение показательных уравнений», «Решение показательных неравенств»
- изучить другую литературу по данной теме
- решить данные иррациональные уравнения

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по темам «Решение логарифмических уравнений», «Решение логарифмических неравенств».
2. Прочитайте материал по данной теме в других источниках
3. Изучите теоретический материал, приведенный ниже.
4. Рассмотрите образцы решения логарифмических уравнений и неравенств, приведенные ниже.
5. Решите уравнения и неравенства в соответствии с заданием.

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Образцы решения логарифмических уравнений

1. Решить уравнение:

$$\log_3(x-2) + \log_3(x+2) = \log_3(2x-1)$$

Решение: Используя формулу: $\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$, заменим сумму логарифмов

произведением:

$$\log_3((x-2)(x+2)) = \log_3(2x-1)$$

$$x^2 - 4 = 2x - 1$$

$$x^2 - 4 - 2x + 1 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = 3; x_2 = -1$$

Проверка:

$$x_1 = 3$$

$$\log_3(3-2) + \log_3(3+2) = \log_3(2 \cdot 3 - 1)$$

$$5 = \log_3 5$$

$$x_2 = -1$$

$$\log_3(-1-2) + \log_3(-1+2) = \log_3(2 \cdot (-1) - 1) \quad \text{- не существует.}$$

Ответ: $x = 3$

2. Решить уравнение:

$$\log_4^2 x + \log_4 x - 2 = 0 \quad . \text{ Используем метод замены.}$$

$$\log_4 x = t \Rightarrow t^2 + t - 2 = 0$$

$$t_1 = 1, t_2 = -2 \quad . \text{ Подставим в замену.}$$

$$\log_4 x = 1 \Rightarrow x = 4^1 = 4, \log_4 x = -2 \Rightarrow x = 4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16} \quad .$$

$$\text{Ответ: } x = 4; x = \frac{1}{16} \quad .$$

Образец решения логарифмического неравенства.**Решить неравенство:**

$$\log_3(4-x) \leq \log_3(2x+5)$$

Решение. Так как основание логарифма $3 > 1$, то функция возрастает и знак неравенства сохраняется.

$$\begin{cases} 4-x \leq 2x+5 \\ 4-x > 0 \\ 2x+5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x-2x \leq 5-4 \\ -x > -4 \\ 2x > -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x \leq 1 \\ x < 4 \\ x > -2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ x < 4 \\ x > -2,5 \end{cases}$$

Получим:

$$-\frac{1}{3}$$

4

$$\text{Ответ: } x \in \left(-\frac{1}{3}; 4 \right)$$

Задания для самостоятельной работы:

№п/п	Вариант 1	Вариант 2
Логарифмические уравнения		
1	$\log_3^2 x - 2 \log_3 x - 3 = 0$	$\log_4^2 x - 4 \log_4 x + 3 = 0$
2	$x^2 - \log_7 8$ $\log_7 2 = \log_7$	$\log_2 x^2 = \log_2 2 + \log_2 18$
3	$\log_{0.7}(x+3) + \log_{0.7}(x-3) = \log_{0.7}(2x-1)$	$\log_{11}(x+2) + \log_{11}(x-2) = \log_{11}(2x-1)$
4	$\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$	$\log_9 x + \log_{\sqrt{3}} x = 10$
Показательные и логарифмические неравенства		
1	$\log_7(2-x) \leq \log_7(3x+6)$	$\log_{2.5}(4x-5) \geq \log_{2.5}(3x-6)$
2	$\log_{\frac{1}{3}}(1-2x) > \log_{\frac{1}{3}}(5x+25)$	$\log_{0.8}(2x-3) < \log_{0.8}(3x-5)$

Тема 3. Прямые и плоскости в пространстве

Самостоятельная работа № 11

Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве

Литература:

Основные источники:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

3. Конспекты лекций
4. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
5. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
6. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
7. Богомоллов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет -ресурсы:

1. <http://dok.opredelim.com/docs/index-41930.html>
2. <http://ppt4web.ru/geometrija/vzaimnoe-raspolozhenie-prjamykh-i-ploskostejj-v-prostranstve.html>
3. <http://dok.opredelim.com/docs/index-7071.html>

Время на выполнение – 1 час

По итогам выполнения студент должен представить:

- письменные ответы на вопросы по теме «Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать материал лекции по указанной теме,
-ответить на предложенные вопросы

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием.

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекции по теме: «Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве»
2. Прочитайте материал по этой теме в других источниках
3. Найдите ответы на вопросы
4. Ответьте письменно на предложенные вопросы

Критерии оценки результата:

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Задания для самостоятельной работы

Ответьте письменно на вопросы

Вопрос 1. Сколько существует случаев взаимного расположения двух различных прямых в пространстве?

- а) 2
- б) 3
- в) 1

Вопрос 2. В тексте дано определение скрещивающихся прямых. Правильно ли следующее определение: "Две прямые называются скрещивающимися, если не существует плоскости, в которой лежат обе эти прямые".

- а) нет
- б) да
- в) ответить однозначно нельзя

Вопрос 3. Сколько существует случаев взаимного расположения плоскостей?

- а) 2
- б) 3
- в) 1

Вопрос 4. Сколько пар параллельных плоскостей имеет куб?

- а) 1
- б) 2
- в) 3

Вопрос 5. Сколько случаев взаимного расположения прямой и плоскости?

- а) 2
- б) 4
- в) 3

Вопрос 6. Что необходимо для того, чтобы прямая и плоскость были перпендикулярны?

Вопрос 7. Что необходимо для того, чтобы две плоскости были параллельны?

Вопрос 8. Две прямые в пространстве называются параллельными, если они принадлежат одной плоскости и не имеют общих точек. Верно ли утверждение?

- а) да
- б) нет

Самостоятельная работа № 12

Подготовить сообщение по теме:

Жизнь и деятельность ученых - математиков

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Погорелов А.В. Геометрия. 7-11 классы. М. : 2014

Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
2. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
3. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет -ресурсы:

1. <http://www.iq-coaching.ru/izvestnye-uchenye/matematiki/>
2. <http://persones.ru/person-cat-90.html>
3. <http://festival.1september.ru/>
4. <http://all-biography.ru/category/matematiki>
5. http://hoster.bmstu.ru/~fn1/?page_id=82

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- сообщение с презентацией на тему «Жизнь и деятельность ученых - математиков»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- составить сообщение по теме,
- сделать презентацию по сообщению

Форма представления работы: сообщение с презентацией

Перечень заданий:

1. Прочитайте материал по теме: «Жизнь и деятельность ученых - математиков»
2. Прочитайте методические рекомендации по написанию сообщения (приложения 4,5)
3. Подготовьте сообщение о жизни и деятельности ученого – математика (по выбору)
4. Подготовьте презентацию по сообщению.

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Сообщение составлено в соответствии с заданием, нет презентации.
2	высокий	Сообщение составлено в соответствии с заданием, сопровождается презентацией, имеются незначительные замечания
3	оптимальный	Сообщение составлено в соответствии с заданием, материал подобран интересный, сопровождается презентацией, оформлен в соответствии с правилами.

Задания для самостоятельной работы.

Написать сообщение на тему: «Жизнь и деятельность ученых - математиков» (на выбор).

- | | |
|-------------------------|--------------------------------|
| 1. Николай Лобачевский; | 11. Рене Декарт; |
| 2. Софья Ковалевская; | 12. Эварист Галуа; |
| 3. Николай Боголюбов; | 13. Карл Вейерштрасс; |
| 4. Григорий Перельман; | 14. Пьер Ферма; |
| 5. Пафнутий Чебышев; | 15. Джон Нейман; |
| 6. Виктор Садовничий; | 16. Жан Даламбер; |
| 7. Леонтий Магницкий; | 17. Клаус Мёбиус; |
| 8. Владимир Брадис; | 18. Евклид; |
| 9. Константин Поссе; | 19. Пифагор; |
| 10. Андрей Колмогоров; | 20. Готфрид Вильгельм Лейбниц. |

Подготовить конспект по теме:

Параллельное проектирование. Площадь ортогональной проекции.

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Геометрия 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.].-17-е изд.-М.: Просвещение, 2014г

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
3. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
4. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет -ресурсы:

1. http://fizmatinf.blogspot.ru/2013/12/blog-post_6943.html
2. http://rdt45m.narod.ru/tensor_html/vector1_3.htm
3. <http://www.studfiles.ru/preview/2082472/>
4. <http://geometry2006.narod.ru/Lecture/ParProekt/ParProekt.htm>

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- конспект на тему «Параллельное проектирование. Площадь ортогональной проекции»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать материал по указанной теме,
- рассмотреть понятие параллельного проектирования, способы параллельного проектирования, применение на практике. Рассмотреть ортогональную проекцию фигуры, вычисление площади ортогональной проекции многоугольника.

Форма представления работы: тетрадь с конспектом.

Перечень заданий:

1. Прочтите материал по теме: «Параллельное проектирование. Площадь ортогональной проекции»
2. Выделите главные мысли
3. Повторите методические рекомендации по написанию конспекта (см. приложение 3)
4. Напишите конспект изученного материала

Критерии оценки результата:

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Тема освещена недостаточно полно, материал изложен в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала, чертежи сделаны небрежно
2	высокий	Выполнены все требования: тема освещена, материал изложен в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала, чертежи выполнены аккуратно, но имеются недочеты.
3	оптимальный	Выполнены все требования: тема освещена полностью, материал изложен в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала, чертежи выполнены аккуратно.

Самостоятельная работа № 14

Написать реферат по теме «Геометрия Евклида»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
2. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз. учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с

Интернет -ресурсы:

1. <http://isgeom.narod.ru/str6.html>
2. http://www.e-osnova.ru/PDF/osnova_3_14_1608.pdf
3. <http://uztest.ru/abstracts/?idabstract=35126>
4. http://ingenious.ucoz.ru/publ/matematika/pjatyj_postulat/3-1-0-7

5. <http://www.iq-coaching.ru/nauchnye-otkrytiya/matematika/110.html>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- реферат на тему «Геометрия Евклида»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме;

- рассмотреть основные постулаты геометрии Евклида, пятый постулат, значение «Начал» Евклида, роль Евклида в развитии математики.

Форма представления работы: реферат, защита реферата.

Перечень заданий:

1. Изучите литературу по теме: «Геометрия Евклида»
2. Напишите реферат в соответствии с заданием по плану:
 - 1) Краткая историческая справка о Евклиде
 - 2) Труд Евклида - «Начала»
 - 3) Основные постулаты геометрии Евклида
 - 4) Особенность пятого постулата
 - 5) Развитие геометрии Евклида
 - 6) Геометрия Евклида в современном мире
3. Оформите реферат в соответствии с ГОСТ. Требования к оформлению рефератов смотрите в приложениях 1, 2..

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём реферата; имеются упущения в оформлении.
2	высокий	Основные требования к реферату выполнены, но при этом допущены недочёты.
3	оптимальный	Выполнены все требования к написанию реферата: тема раскрыта полностью согласно плана, изложена собственная позиция, сформулированы выводы; соблюдены требования к внешнему оформлению.

Самостоятельная работа № 15

Решение задач по теме

«Теорема о трех перпендикулярах»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Геометрия 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.].-17-е изд.-М.: Просвещение, 2014г

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет -ресурсы:

1. <http://interneturok.ru/geometry/10-klass/perpendikulyarnost-pryamyh-i-ploskosteyb/tipovye-zadachi-na-primenenie-teoremy-o-treh-perpendikulyarah-na-ugol-mezhdu-pryamoy-i-ploskostyu>
2. <http://ppt4web.ru/geometrija/reshenie-zadach-teorema-o-trekh-perpendikulyarah.html>
3. http://www.webmath.ru/poleznoe/formules_19_13.php
4. <http://ege-study.ru/materialy-ege/teorema-o-trekh-perpendikulyarah/>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Теорема о трех перпендикулярах»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

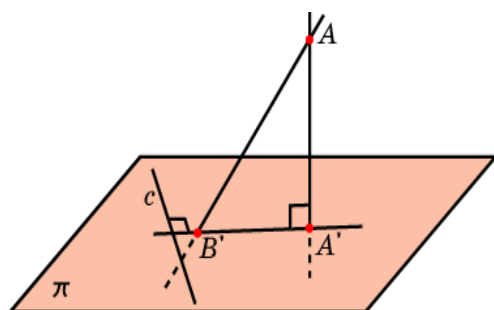
Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
$90 \div 100$	5	отлично
$80 \div 89$	4	хорошо
$70 \div 79$	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекции по теме «Теорема о трех перпендикулярах»
2. Прочитайте теоретический материал, приведенный ниже.
3. Изучите другую литературу по данной теме.
4. Ответьте письменно на вопросы для закрепления.
5. Решите задачи для самостоятельной работы

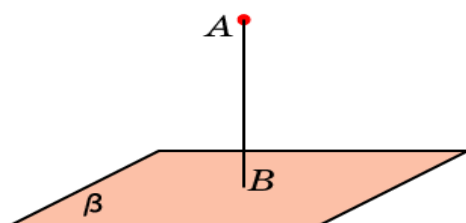
Теоретический материал



Теорема: Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ее проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.

Теорема (обратная): Прямая, проведенная в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к ее проекции.

Определение: Расстоянием от точки до плоскости в пространстве называется длина перпендикуляра, опущенного из данной точки на данную плоскость



Вопросы для закрепления.

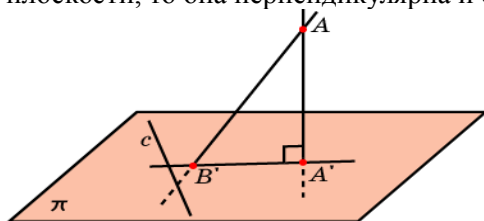
1. Как найти расстояние от точки до плоскости?
2. Может ли наклонная быть короче перпендикуляра, проведенного из той же точки к той же плоскости?
3. Если наклонные, проведенные из одной точки к плоскости, равны, то, что можно сказать об их проекциях?
4. Как формулируется обратное утверждение? Справедливо ли оно?

5. Сформулируйте теорему о трёх перпендикулярах
6. Как формулируется теорема, обратная теореме о трёх перпендикулярах?
7. Если точка равноудалена от всех вершин многоугольника, то во что она проектируется?
8. Если точка равноудалена от всех сторон многоугольника, то во что она проектируется?
9. Что называется углом между прямой и плоскостью?

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

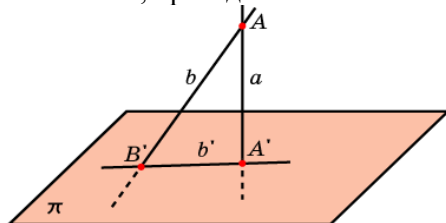
1. Докажите, что если прямая, лежащая в плоскости, перпендикулярна наклонной к этой плоскости, то она перпендикулярна и ортогональной проекции этой наклонной.



2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, одна из которых на 6 см длиннее второй. Проекция наклонных равны 17 см и 7 см. Найдите наклонные.
3. Из вершины равностороннего треугольника ABC восстановлен перпендикуляр AD к плоскости треугольника. Чему равно расстояние от точки D до прямой BC, если $AD=1$ дм, $BC=8$ дм?
4. Диагонали квадрата ABCD пересекаются в точке O. SO – перпендикуляр к плоскости квадрата. $SO=4\sqrt{2}$ см. :
 - 1) Докажите равенство углов, образованных прямыми SA, SB, SD с плоскостью квадрата.
 - 2) Найдите эти углы, если периметр ABCD равен 32 см.
5. Отрезок SA длиной 15 см – перпендикуляр к плоскости прямоугольника ABCD, в котором $AC=10$ см, $AB=6$ см. Докажите, что проекции треугольников SBC и SDC имеют равные площади.

Вариант 2

1. Докажите, что перпендикуляр, опущенный из точки на плоскость, короче всякой наклонной, проведенной из той же точки к той же плоскости.



2. Из точки к плоскости проведены две наклонные, равные 17 см и 15 см. Проекция одной из них на 4 см больше проекции другой. Найдите проекции наклонных.
3. Из вершины квадрата ABCD восстановлен перпендикуляр AE к плоскости квадрата. Чему равно расстояние от точки E до прямой BD, если $AE=2$ дм, $AB=8$ дм?
4. Диагонали квадрата ABCD пересекаются в точке O. SO – перпендикуляр к плоскости квадрата. $SO=4$ см. Точки K, L, M, N – середины сторон квадрата:
 - 1) Докажите равенство углов, образованных прямыми SK, SL, SM, SN с плоскостью квадрата.
 - 2) Найдите эти углы, если площадь ABCD равен 64 см^2 .

5. Отрезок SA длиной 6 см – перпендикуляр к плоскости квадрата ABCD, в котором $AC=8\sqrt{2}$ см.

Докажите, что проекции треугольников SBC и SDC на плоскости квадрата равны.

Тема 4. Комбинаторика

Самостоятельная работа № 16

Подготовить сообщение по теме

«Из истории комбинаторики»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
2. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с

Интернет -ресурсы:

1. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%BA%D0%BE%D0%BC%D0%B1%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B8%D0%BA%D0%B8
2. <http://dok.opredelim.com/docs/index-2282.html>
3. <http://sch25-bryansk.ru/material/matem/sidorova-2.pdf>
4. <http://pandia.ru/text/77/472/2183.php>

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- сообщение на тему «Из истории комбинаторики»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме;
- рассмотреть основные этапы истории развития комбинаторики

Форма представления работы: защита реферата.

Перечень заданий:

1. Изучите литературу по теме: «Из истории комбинаторики»
2. Повторите методические рекомендации по составлению сообщения
3. Прочитайте методические рекомендации по написанию сообщения (приложения 4,5)

4. Подготовьте сообщение о жизни и деятельности ученого – математика (по выбору)
5. Подготовьте презентацию по сообщению.

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Сообщение составлено в соответствии с заданием, нет презентации.
2	высокий	Сообщение составлено в соответствии с заданием, сопровождается презентацией, имеются незначительные замечания
3	оптимальный	Сообщение составлено в соответствии с заданием, материал подобран интересный, сопровождается презентацией, оформлен в соответствии с правилами.

Самостоятельная работа № 17

Заполнить таблицу «Размещения, перестановки, сочетания».

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
2. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с

Интернет -ресурсы:

1. <http://mathus.ru/math/apc.pdf>
2. <http://math1.ru/education/raznoe/combinatorics.html>
3. <http://interneturok.ru/algebra/11-klass/elementy-matematicheskoy-statistiki-kombinatoriki-i-teorii-veroyatnosti/sochetaniya-i-razmescheniya>
4. <http://hijos.ru/izuchenie-matematiki/algebra-10-klass/18-kombinatorika-razmeshheniya-perestанovki-sochetaniya/>

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- заполненную таблицу «Размещения, перестановки, сочетания»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме;
- заполнить таблицу

Форма представления работы: таблица

Перечень заданий:

2. Повторите материал лекции «Размещения, перестановки, сочетания»
3. Изучите литературу по данной теме в других источниках информации
4. Заполните таблицу

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Теоретическая часть таблицы заполнена правильно, в практической части приведены задачи, в решении допущены вычислительные ошибки.
2	высокий	Теоретическая часть таблицы заполнена правильно, в практической части приведены собственные задачи, в решении допущено не более одной вычислительной ошибки.
3	оптимальный	Теоретическая часть таблицы заполнена правильно, в практической части приведены собственные задачи, правильно выполнено решение.

Задание для самостоятельной работы

Заполните таблицу «Размещения, перестановки, сочетания».

		Размещения	Перестановки	Сочетания
1	Определение			
2	Формула для вычисления			
3	Условие собственной практической задачи			
4	Решение задачи			

Самостоятельная работа № 18

Решение комбинаторных задач

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. http://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmkomb
2. http://mathemachka.ru/school/combinatorics/combination_problems.html
3. <http://gigabaza.ru/doc/20116.html>
4. <http://repetitor-problem.net/primeryi-resheniya-kombinatornyih-zadach-po-sheme>

Время на выполнение – 4 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Решение комбинаторных задач»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал по теме: «Решение комбинаторных задач»
2. Рассмотрите примеры решения комбинаторных задач.
3. Решите задачи для самостоятельной работы.

Примеры решения комбинаторных задач.

- а) Сколькими способами семь книг разных авторов можно расставить на полке в один ряд?

Решение: эта задача о числе перестановок семи разных книг. Имеется $P_7 = 7! = 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$ способов осуществить расстановку книг.

- б) В группе 30 человек, нужно выбрать старосту, зама и профорга. Сколькими способами это можно сделать?

Решение: задача сводится к вычислению размещений из 30 человек по 3, т.е.

$$A_{30}^3 = \frac{30!}{(30-3)!} = \frac{30!}{27!} = \frac{30 \cdot 29 \cdot 28 \cdot 27!}{27!} = 30 \cdot 29 \cdot 28 = 24\,360$$

Задания для самостоятельной работы

1. Имеется 5 видов конвертов без марок и 4 вида марок. Сколькими способами можно выбрать конверт с маркой для посылки и письма?
2. Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «здание»?
3. Сколько можно составить пятибуквенных слов из 7 гласных и 25 согласных букв, если гласные и согласные должны чередоваться?
4. Сколько существует пятизначных четных чисел, в которых ни одна цифра не повторяется дважды?
5. Сколькими способами можно посадить за круглый стол 5 мужчин и 5 женщин так, чтобы никакие два лица одного пола не сидели рядом?
6. Сколькими способами можно выбрать 3 краски из имеющихся 5 различных красок?
7. На школьном вечере присутствуют 12 девушек и 15 юношей. Сколькими способами можно выбрать из них 4 пары для танца?
8. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр числа 123153?
9. Сколько существует семизначных телефонных номеров, в первых трех цифрах которых не встречаются 0 и 9?
10. Сколько трехзначных чисел, оканчивающихся цифрой 3?
11. Сколько ожерелий можно составить из 7 различных бусин?

12. Сколько различных двухзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, если цифры в числе могут повторяться?
13. Сколькими способами можно выбрать 4 числа из 10?

Тема 5. Координаты и векторы

Самостоятельная работа № 19

Написать конспект по теме: Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве

Литература:

Основные источники:

1. Геометрия 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.].-17-е изд.-М.: Просвещение, 2014г
2. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
3. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
4. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://diana-davletova2011.narod.ru/work1/num1-8.htm>
2. <http://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/890828>
3. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D1%8F%D0%BC%D0%BE%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%BA%D0%BE%D0%BE%D1%80%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D1%82

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- конспект на тему «Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- рассмотреть прямоугольную систему координат в пространстве

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Отсутствует система в изложении материала, текст большей частью просто переписан в форме цитат.
2	высокий	Выполнены все требования к написанию конспекта: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала, но существуют недочеты в изложении материала.
3	оптимальный	Выполнены все требования к написанию конспекта: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала.

Форма представления работы: тетрадь с конспектом.

Перечень заданий:

1. Прочитайте методические рекомендации по составлению конспекта.
2. Прочитайте материал по теме: «Прямоугольная (декартова) система координат в пространстве»
3. Прочитайте методические рекомендации по составлению конспекта (приложение 3)
4. Напишите конспект в соответствии с заданием.

Самостоятельная работа № 20

Решение задач по теме «Координаты в пространстве»

Литература:

Основные источники:

1. Геометрия 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.].-17-е изд.-М.: Просвещение, 2014г
2. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
3. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
4. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. http://www.cleverstudents.ru/vectors/distance_from_point_to_point.html
2. <http://www.cleverstudents.ru/vectors/midpoint.html>

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Координаты в пространстве»

В процессе выполнения работы студент должен:

- изучить литературу по указанной теме,

- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме «Координаты в пространстве»
2. Изучите литературу по данной теме в других источниках информации
3. Рассмотрите пример выполнения задания.
4. Решите задачи для самостоятельной работы.

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

Даны три точки в пространстве A(1; -2; 4), B(7; 9; 11), C(2; 0; 3). Найдите:

- 1) Координаты середины отрезка AC;
- 2) Координаты точки D такой, что ABCD – параллелограмм;
- 3) Расстояние от точки A до точки D.

Вариант 2

Даны три точки в пространстве A(2; 4; 5), B(8; 10; 12), C(3; 0; 6). Найдите:

- 1) Координаты середины отрезка AC;
- 2) Координаты точки D такой, что ABCD – параллелограмм;
- 3) Расстояние от точки A до точки D.

Вариант 3

Даны три точки в пространстве A(4; -4; 0), B(6; 8; 10), C(8; 4; -3). Найдите:

- 1) Координаты середины отрезка AC;
- 2) Координаты точки D такой, что ABCD – параллелограмм;
- 3) Расстояние от точки A до точки D.

Пример выполнения задания:

Задание:

Даны три точки в пространстве A(5; -4; 1), B(10; 6; 9), C(3; 2; 0). Найдите:

- 1) Координаты середины отрезка AC;
- 2) Координаты точки D такой, что ABCD – параллелограмм;
- 3) Расстояние от точки A до точки D.

Решение:

- 1) Координаты середины отрезка находятся по формулам:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

Пусть O –середина отрезка AC , тогда подставляя в эти формулы координаты точек A и C , получаем

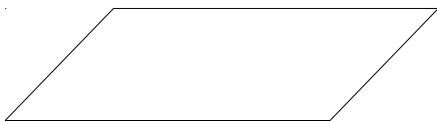
$$x_o = \frac{5+3}{2} = 4,$$

$$y_o = \frac{-4+2}{2} = -1$$

$$z_o = \frac{1+0}{2} = 0.5$$

Ответ: $O(4; -1; 0,5)$

- 2) Так как $ABCD$ — параллелограмм, то его диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.



Точка O –середина диагонали AC : $O(4; -1; 0,5)$

Точка O - также является серединой диагонали BD и имеет те же координаты.

Точка $B(10; 6; 9)$, точка $D(x; y; z)$. Воспользуемся формулами для нахождения координат середины отрезка:

O –середина BD

$$x_o = \frac{10+x}{2} = 4, \Rightarrow 10+x=8, \Rightarrow x=8-10=-2;$$

$$y_o = \frac{6+y}{2} = -1, \Rightarrow 6+y=-2, \Rightarrow y=-2-6=-8;$$

$$z_o = \frac{9+z}{2} = 0.5 \Rightarrow 9+z=1, \Rightarrow z=1-9=-8$$

Ответ: $D(-2; -8; -8)$

- 3) Найти расстояние от точки A до точки D .

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Формула расстояния между точками $AB =$

Подставим в нее координаты точек $A(5; -4; 1)$ и $D(-2; -8; -8)$

$$\sqrt{(-2-5)^2 + (-8+4)^2 + (-8-1)^2} = \sqrt{49+16+81} = \sqrt{146}$$

$AD =$

$$= \sqrt{146}$$

Ответ: AD

Самостоятельная работа № 21

Решение задач по теме «Действия над векторами»

Литература:

Основные источники:

1. Геометрия 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.].-17-е изд.-М.: Просвещение, 2014г
2. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://po-teme.com.ua/vyshshaya-matematika/konspekt-lektsij/2054-dejstviya-nad-vektorami.html>
2. http://www.webmath.ru/poleznoe/formules_4_13.php
3. <http://uztest.ru/abstracts/?id=72&t=6>
4. http://www.mathprofi.ru/vektory_dlya_chainikov.html

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Действия над векторами»

В процессе выполнения работы студент должен:

- изучить литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме «Векторы и координаты»
2. Изучите литературу по данной теме в других источниках
3. Решите задачи для самостоятельной работы.

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

№п/п	Название операции	Формулы
1	Найти сумму векторов	$\vec{a} [1; -2; 3], \vec{b} [4; 0; -1]$ $\vec{a} + \vec{b} [x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2]$
2	Найти разность векторов	$\vec{a} [4; 1; -3], \vec{b} [0; -5; 2]$ $\vec{a} - \vec{b} [x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2]$
3	Найти произведение вектора на число	$\vec{a} [-1; 3; 1]$, δ – число $\delta = -3$ $\delta \vec{a} [\delta \cdot x; \delta y; \delta z]$
4	Вычислить координаты середины отрезка	Точка А $(1; 2; -3)$ Точка В $(-3; 4; -1)$ Точка С – середина отрезка АВ. С $(x_c; y_c; z_c)$ $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}, y_c = \frac{y_1 + y_2}{2},$ $z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}$
5	Найти координаты вектора	Точка А $(5; 0; -3)$. Точка В $(-1; 4; -7)$. Находим

		<p>координаты вектора \overrightarrow{AB} . Из координат конца вычислить координаты начала вектора</p> $\overrightarrow{AB}(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$
6	Найти длину вектора	$\vec{a}(5; 1; -1)$ $ \vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
7	Вычислить скалярное произведение векторов	$\vec{a}(-2; 3; 7), \vec{b}(-9; 0; 2)$ $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$
8	Найти косинус угла между векторами	$\vec{a}(2; 0; 1), \vec{b}(-3; 1; 2)$ $\cos \alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$
9	При каких значениях m и n векторы коллинеарны?	$\vec{a}(m; 3; 1), \vec{b}(1; n; 2)$ $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$
10	Проверьте перпендикулярность векторов	$\vec{a}(-4; 0; 1), \vec{b}(2; 7; 8)$ $x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0 \quad \text{- условие перпендикулярности векторов}$

Вариант 2

№п/п	Название операции	Формулы
1	Найти сумму векторов	$\vec{a}(2; -3; 4), \vec{b}(-1; 2; 0)$ $\vec{a} + \vec{b}(x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$
2	Найти разность векторов	$\vec{a}(4; -5; 7), \vec{b}(3; -1; 2)$ $\vec{a} - \vec{b}(x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$
3	Найти произведение на число	$\vec{a}(-2; 4; 0), \quad \delta - \text{число} \quad \delta = -4$ $\delta \vec{a}(\delta \cdot x; \delta y; \delta z)$
4	Вычислить координаты середины отрезка	<p>Точка А $(-3; 1; 2)$ Точка В $(2; -3; 1)$ Точка С-</p>

		<p>середина отрезка АВ. С(x_c ; y_c ; z_c)</p> $x_c = \frac{x_1 + x_2}{2}, y_c = \frac{y_1 + y_2}{2},$ $z_c = \frac{z_1 + z_2}{2}$
5	Найти координаты вектора	<p>Точка А (6; -3; 4). Точка В (1; -4; 7) .</p> <p>Находим координаты вектора \overrightarrow{AB} . Из координат конца вычислить координаты начала вектора</p> $\overrightarrow{AB} \{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}$
6	Найти длину вектора	<p>$\vec{a} \{7; 2; -1\}$</p> $ \vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
7	Вычислить скалярное произведение векторов	<p>$\vec{a} \{-3; 2; 9\}, \vec{b} \{-7; 0; 3\}$</p> $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$
8	Найти косинус угла между векторами	<p>$\vec{a} \{4; 1; 0\}, \vec{b} \{-5; 3; 1\}$</p> $\cos \alpha = \frac{x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$
9	При каких значениях m и n векторы коллинеарны?	<p>$\vec{a} \{m; 5; 3\}, \vec{b} \{2; n; 4\}$</p> $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2} = k$
10	Проверьте перпендикулярность векторов	<p>$\vec{a} \{0; -3; 2\}, \vec{b} \{9; 4; 6\}$</p> <p>$x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = 0$ - условие перпендикулярности векторов</p>

Самостоятельная работа № 22

Решение задач по теме «Скалярное произведение векторов»

Литература:

Основные источники:

1. Геометрия 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.].-17-е изд.-М.: Просвещение, 2014г
2. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://po-teme.com.ua/vyshaya-matematika/konspekt-lektsij/2054-dejstviya-nad-vektorami.html>
2. http://www.webmath.ru/poleznoe/formules_4_13.php
3. <http://uztest.ru/abstracts/?id=72&t=6>
4. http://www.mathprofi.ru/vektory_dlya_chainikov.html

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Скалярное произведение векторов»

В процессе выполнения работы студент должен:

- изучить литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
$90 \div 100$	5	отлично
$80 \div 89$	4	хорошо
$70 \div 79$	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме «Скалярное произведение векторов»
2. Прочитайте теоретический материал, приведенный ниже
3. Изучите литературу по данной теме в других источниках
4. Решите задачи для самостоятельной работы.

Теоретический материал:

1. Пусть на плоскости или в трехмерном пространстве заданы два ненулевых

\vec{a} и \vec{b}

$\vec{OA} = \vec{a}$ и $\vec{OB} = \vec{b}$

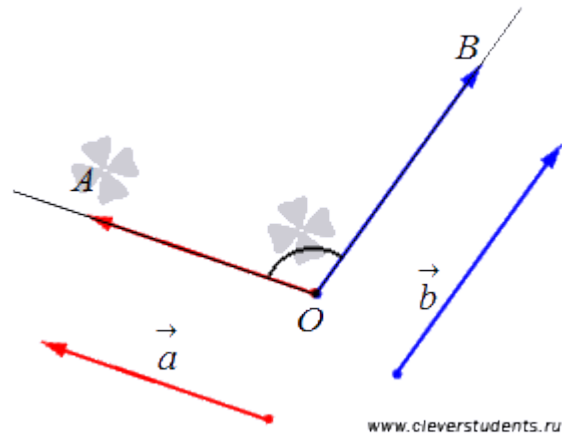
вектора и . Отложим от произвольной точки O векторы и . Тогда справедливо следующее определение.

Определение.

\vec{a} и \vec{b}

Углом между векторами и называется угол между лучами OA и OB .

\vec{a} и \vec{b} будем обозначать как $\left(\vec{a}, \vec{b} \right)$.



Понятно, что угол между векторами может принимать значения от 0 до π или, что то же самое, от 0° до 180° .

$\left(\overset{\wedge}{\vec{a}, \vec{b}} \right) = 0$ \vec{a} и \vec{b} сонаправленные, $\left(\overset{\wedge}{\vec{a}, \vec{b}} \right) = \pi$ \vec{a} и \vec{b} противоположно направленные.

Определение.

\vec{a} и \vec{b} называются **перпендикулярными**, если угол между ними равен 90° ($\frac{\pi}{2}$ радиан).

Если хотя бы один из векторов \vec{a} и \vec{b} нулевой, то угол $\left(\overset{\wedge}{\vec{a}, \vec{b}} \right)$ не определен.

2. **Скалярным произведением** $\vec{a} \cdot \vec{b}$ векторов \vec{a} на \vec{b} называется число (скаляр), равное произведению длин этих векторов на косинус угла φ между ними, то есть $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \varphi$.
3. Скалярное произведение двух векторов $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$, $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$, заданных своими координатами, равно сумме попарных произведений их одноименных координат, то есть $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$.
4. С помощью скалярного произведения векторов можно вычислить угол φ между ними. Если заданы два ненулевых вектора своими координатами $\vec{a}\{x_1; y_1; z_1\}$, $\vec{b}\{x_2; y_2; z_2\}$, то косинус угла φ между ними:

$$\cos = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|},$$

или

$$\cos \varphi = \frac{x_1 y_1 + x_2 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

- 1 Дан квадрат ABCD. Найдите угол между векторами \vec{AC} и \vec{DA} .
- 2 Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=14$,
 $(\hat{\vec{a}} \vec{b}) = 60^\circ$.
- 3 Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если
 $\vec{a}[4; -2; 3] \vec{b}[-1; -2; 5]$.
- 4 Вычислите угол между векторами AB и CD, если A(3; 1; 0), C(0; 2; 0),
 B(0; 0; 2; 2), D(3; 1; 2).

Вариант 2.

1. Дан квадрат ABCD. Найдите угол между векторами \vec{CA} и \vec{BC} .
2. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $|\vec{a}|=6, |\vec{b}|=4$,
 $(\hat{\vec{a}} \vec{b}) = 120^\circ$.
3. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если
 $\vec{a}[2; -1; 3] \vec{b}[-2; 2; 3]$.
4. Вычислите угол между векторами AB и CD, если A(6; -4; 8), C(12; -6; 4),
 B(8; -2; 4), D(14; -6; 2).

Образец решения

№2. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $|\vec{a}|=5, |\vec{b}|=8$,

$$(\hat{\vec{a}} \vec{b}) = 30^\circ.$$

Решение: Скалярное произведение векторов равно произведению их абсолютных величин на косинус угла между ними, т.е. $\vec{a} \cdot \vec{b}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 5 \cdot 8 \cdot \cos 30^\circ = 40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$

Получаем, 20√3 Ответ:

№ 3. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если $\vec{a} \{4; 3; 7\} \vec{b} \{-2; 6; 1\}$

Решение:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot (-2) + 3 \cdot 6 + 7 \cdot 1 = -8 + 18 + 7 = 17$$

Ответ: 17

№ 4. Вычислите угол между векторами AB и CD, если A(6; -4; 8), C(12; -6; 4),

B(8; -2; 4), D(14; -6; 2).

Решение: 1 способ

1. Найдем координаты векторов AB и CD (надо из координат конца вектора вычесть координаты начала вектора)

$$\vec{AB} (8-6; -2+4; 4-8) = (2; 2; -4)$$

$$\vec{CD} (14-12; -6+6; 2-4) = (2; 0; -2)$$

2. скалярное произведение векторов равно произведению их абсолютных величин на косинус угла между ними, т.е. $\vec{a} \cdot \vec{b}$

$$\cos \alpha = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{CD}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{CD}|}$$

Выразим из этой формулы

3. вычислим скалярное произведение векторов

$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 2 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + (-4) \cdot (-2) = 4 + 0 + 8 = 12$$

4. вычислим абсолютные величины векторов AB и CD:

$$|\vec{AB}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + (-4)^2} = \sqrt{4 + 4 + 16} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$|\vec{CD}| = \sqrt{2^2 + 0^2 + (-2)^2} = \sqrt{4 + 0 + 4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

5. подставим найденные значения в формулу для вычисления угла:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{CD}}{|\vec{AB}| \cdot |\vec{CD}|} = \frac{12}{2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{12}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

Ответ: 30

2 способ: воспользуемся формулой

$$\cos \varphi = \frac{x_1 y_1 + x_2 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Получаем

$$\cos \alpha = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{CD}|} = \frac{2 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + (-4) \cdot (-2)}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-4)^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2 + (-2)^2}} = \frac{12}{\sqrt{24} \cdot \sqrt{8}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$$

Тема 6. Основы тригонометрии

Самостоятельная работа № 23

Решение заданий по теме «Радианная мера угла»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз. учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-е изд. М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/radian_and_degree_conversion.html
2. <http://www.egesdam.ru/page303.php>
3. <http://matematikalegko.ru/priyomy/radiany-v-gradusy-gradusy-v-radiany.html>

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Радианная мера угла»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,

-выполнить предложенные задания.

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
$90 \div 100$	5	отлично
$80 \div 89$	4	хорошо
$70 \div 79$	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме: «Радианная мера угла»
2. Прочитайте материал по данной теме в других источниках информации.
3. Выполните задания для самостоятельной работы.

Задание для самостоятельной работы

Вариант 1

Вариант 1

Уровень А.

1. Найдите радианную меру угла, равного -96° .
2. Найдите градусную меру угла, радианная мера которого равна $\frac{3}{10}\pi$
3. Определите знак выражения $\sin 290^\circ \cos 70^\circ \operatorname{tg} 100^\circ$
4. Углом какой четверти является угол α , если $\cos \alpha < 0$ и $\operatorname{ctg} \alpha > 0$?
5. В какой четверти находится точка, соответствующая числу $\frac{-10}{7}\pi$?

Уровень В

1. Укажите наименьшее значение выражения $7 + \sin \alpha$?

В2. Вычислите $3\sqrt{2} \sin (-1125^\circ)$.

Уровень С.

1. Найдите значение выражения $3 \sin 30^\circ - \sqrt{3} \sin 60^\circ \operatorname{ctg} 45^\circ \operatorname{tg} 30^\circ + 0,5 \sqrt{3}$

Вариант 2

Уровень А.

1. Найдите радианную меру угла, равного 900°
2. Найдите градусную меру угла, радианная мера которого равна $-1,8\pi$.
3. Определите знак выражения $\sin 110^\circ \cos 280^\circ \operatorname{tg} 130^\circ$
4. Углом какой четверти является угол α , если $\sin \alpha > 0$ и $\operatorname{tg} \alpha < 0$?
5. В какой четверти находится точка, соответствующая числу $\frac{25}{6}\pi$?

Уровень В

1. Укажите наибольшее значение выражения $3 \cos \alpha$?

2. Вычислите $3 \cos (-420^\circ)$.

Уровень С

1. Найдите значение выражения $5 \cos 60^\circ - 3 \sin 30^\circ \operatorname{tg} 45^\circ \operatorname{ctg} 30^\circ + 1,5\sqrt{3}$

Вариант 3

Уровень А

1. Найдите радианную меру угла, равного -102° .

2. Найдите градусную меру угла, радианная мера которого равна $\frac{-7}{10}\pi$

3. Определите знак выражения $\sin 140^\circ \cos 230^\circ \operatorname{tg} 195^\circ$

4. Углом какой четверти является угол α , если $\cos \alpha > 0$ и $\operatorname{tg} \alpha < 0$?

5. В какой четверти находится точка, соответствующая числу $\frac{-21}{8}\pi$?

Уровень В

1. Укажите наименьшее значение выражения $8 - \sin \alpha$?

2. Вычислите $8\sqrt{3} \sin (-1200^\circ)$.

Уровень С

1. Найдите значение выражения $\cos^2 30^\circ - 8\sqrt{3} \sin^2 30^\circ \operatorname{tg} 60^\circ \cos 60^\circ$

Вариант 4

Уровень А

1. Найдите радианную меру угла, равного 630° .

2. Найдите градусную меру угла, радианная мера которого равна $\frac{5}{18}\pi$

3. Определите знак выражения $\sin 285^\circ \cos 80^\circ \operatorname{tg} 340^\circ$

4. Углом какой четверти является угол α , если $\sin \alpha < 0$ и $\operatorname{ctg} \alpha < 0$?

5. В какой четверти находится точка, соответствующая числу $\frac{61}{16}\pi$?

Уровень В

1. Укажите наибольшее значение выражения $7 + \cos \alpha$?

2. Вычислите $4\sqrt{3} \cos (-870^\circ)$.

Уровень С

1. Найдите значение выражения $4 \cos^2 60^\circ \operatorname{ctg} 30^\circ \sin 60^\circ - \sin^2 60^\circ$

Образец решения:

Вариант 4

$$\frac{630 \cdot \pi}{180} = \frac{63\pi}{18} = \frac{7\pi}{2}$$

№ 1. $630^\circ =$

Ответ:

$$\frac{5}{18}\pi = \frac{5 \cdot 180}{18} = 50^\circ$$

№ 2.

Ответ: 50°

№ 3. $\sin 285^\circ \cos 80^\circ \operatorname{tg} 340^\circ$

285° это угол 4 четверти, поэтому $\sin 285^\circ < 0$,

80° это угол 1 четверти, поэтому $\cos 80^\circ > 0$,

340° это угол 4 четверти, поэтому $\operatorname{tg} 340^\circ < 0$,

Поэтому выражение $\sin 285^\circ \cos 80^\circ \operatorname{tg} 340^\circ > 0$ Ответ: положительно

№4. Так как $\sin \alpha < 0$, то угол может принадлежать 3 или 4 четверти

Так как $\operatorname{ctg} \alpha < 0$, то угол может принадлежать 2 или 4 четверти.

Поэтому угол α , для которого $\sin \alpha < 0$ и $\operatorname{ctg} \alpha < 0$ принадлежит 4 четверти

Ответ: 4 четверть

$$\frac{61\pi}{16} = \frac{64\pi - 3\pi}{16} = 4\pi - \frac{3\pi}{16} = -\frac{3\pi}{16}$$

№ 5.

4 четверть

Ответ: 4 четверть

Уровень В

№ 1. $7 + \cos \alpha$, так как $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$, то

$$-1 + 7 \leq \cos \alpha \leq 1 + 7$$

$$6 \leq \cos \alpha \leq 8$$

Ответ: наибольшее значение равно 8.

$$\text{№ 2. } 4\sqrt{3} \cdot \cos(-870) = 4\sqrt{3} \cdot \cos 870 = 4\sqrt{3} \cdot \cos(900 - 30) = 4\sqrt{3} \cdot \cos(5 \cdot 180 - 30) =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = -6$$

$$= -4\sqrt{3} \cdot \cos 30 = -4\sqrt{3} \cdot$$

Самостоятельная работа № 24

Заполнить таблицу «Тригонометрия»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. – М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.

4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://educon.by/index.php/materials/math/trigonometria>
1. http://www.cleverstudents.ru/trigonometry/trigonometric_formulas.html
2. <http://100formul.ru/33>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- заполненную таблицу «Тригонометрия»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить таблицу.

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Правильно заполнен теоретический материал в таблице, в практическом задании 3-4 ошибки
2	высокий	Правильно заполнен теоретический материал в таблице, приведены индивидуальные примеры, при решении допущено не более двух вычислительных ошибок
3	оптимальный	Правильно заполнен теоретический материал в таблице, приведены индивидуальные примеры и правильно решены

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме: «Основы тригонометрии»
2. Прочитайте теоретический материал, приведенный ниже
3. Заполните теоретический материал в таблице «Тригонометрия»
4. Заполните практическую часть таблицы, для этого составьте свои примеры и решите их.

Задание для самостоятельной работы

Заполните таблицу:

	Понятия	Теоретические сведения, формулы	Пример, решение
1	Основное тригонометрическое		

	тождество		
2	Зависимость между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом.		
3	Знаки тригонометрических функций		
4	Формулы двойного угла		
5	Формулы сложения		
6	Формулы преобразования суммы и разности в произведение.		
7	Формулы приведения.		

Самостоятельная работа № 25

Решение заданий по теме:

«Преобразование тригонометрических выражений»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. [http://diffur.kemsu.ru/1/practicum/preob\(trig\).htm](http://diffur.kemsu.ru/1/practicum/preob(trig).htm)
2. <http://ege-ok.ru/2012/03/11/uproshhenie-trigonometricheskih-vyirazheniy-zadanie-v7>

3. http://edu.sernam.ru/book_m_cat.php?id=31
4. <http://uztest.ru/abstracts/?idabstract=836697>

Время на выполнение – 4 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Преобразование тригонометрических выражений»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме: «Основы тригонометрии»
2. Прочитайте теоретический материал, приведенный ниже
3. Рассмотрите примеры преобразования тригонометрических выражений в других источниках
4. Решите задачи для самостоятельной работы.

Теоретический материал

Основные формулы тригонометрии

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 ;$$

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x ;$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x ;$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} ; \quad \operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x} ; \quad \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1 ; \quad \operatorname{tg} x = \frac{1}{\operatorname{ctg} x} ;$$

$$\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x} .$$

Синус и косинус суммы и разности аргументов:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

Формулы двойного аргумента:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Формулы понижения степени:

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1	Вариант 2
-----------	-----------

1. Вычислить выражение: $\sin 105^0$	1. Вычислить выражение, $\cos 15^0$
<p>2. Упростить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:</p> $\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) - \frac{1}{2} \sin \alpha$ <p>2.1. $\sin \alpha$</p> <p>2.2. $\sin \alpha \sin \beta + \cos(\alpha + \beta)$</p> <p>2.3. $\cos(\alpha - \beta) - \cos \alpha \cos \beta$</p> <p>2.4. $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$</p>	<p>2. Упростить выражение, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:</p> <p>2.1. $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha$</p> <p>2.2. $\sin(\alpha + \beta) - \sin \alpha \sin \beta$</p> <p>2.3. $\sin \alpha \cos \beta - \sin(\alpha - \beta)$</p> <p>2.4. $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$</p>
<p>3. Найдите значение выражения, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:</p> <p>3.1. $\cos 107^0 \cos 107^0 + \sin 107^0 \sin 17^0$</p> <p>3.2. $\sin 63^0 \cos 27^0 + \cos 63^0 \sin 27^0$</p> <p>3.3. $\cos \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} - \sin \frac{\pi}{12} \sin \frac{\pi}{4}$</p> <p>3.4. $\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{4} - \cos \frac{\pi}{12} \sin \frac{\pi}{4}$</p> <p>3.5. $\frac{\cos 105^0 \cos 5^0 + \sin 105^0 \cos 85^0}{\sin 95^0 \cos 5^0 - \cos 95^0 \sin 185^0}$</p>	<p>3. Найдите значение выражения, используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:</p> <p>3.1. $\cos 36^0 \cos 24^0 - \sin 36^0 \sin 24^0$</p> <p>3.2. $\sin 51^0 \cos 21^0 - \cos 51^0 \sin 21^0$</p> <p>3.3. $\cos \frac{5\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8} + \sin \frac{5\pi}{8} \sin \frac{3\pi}{8}$</p> <p>3.4. $\sin \frac{2\pi}{15} \cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{2\pi}{15} \sin \frac{\pi}{5}$</p> <p>3.5. $\frac{\sin 75^0 \cos 5^0 - \cos 75^0 \cos 85^0}{\cos 375^0 \cos 5^0 - \sin 15^0 \sin 365^0}$</p>
<p>4. Докажите тождество используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:</p> <p>4.1. $\sin(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \cos(-\beta) = \sin \beta \cos \alpha$</p> <p>4.2. $\sin(30^0 - \alpha) - \cos(60^0 - \alpha) = -\sqrt{3} \sin \alpha$</p>	<p>4. Докажите тождество используя формулы синус и косинус суммы и разности аргументов:</p> <p>4.1. $\cos(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \sin(-\beta) = \cos \alpha \cos \beta$</p> <p>4.2. $\sin(30^0 - \alpha) + \sin(30^0 + \alpha) = \cos \alpha$</p>
<p>5. Упростить выражение, используя формулы двойного аргумента:</p> <p>5.1. $\frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha} = \sin \alpha$</p> <p>5.2. $\frac{\cos 2\alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = -\sin \alpha$</p> <p>5.3. $2 \sin 15^0 \cos 15^0$</p>	<p>5. Упростить выражение, используя формулы двойного аргумента:</p> <p>5.1. $(\cos \alpha)^2 - \cos 2\alpha$</p> <p>5.2. $\frac{\sin 6\alpha}{(\cos 3\alpha)^2}$</p> <p>5.3. $(\cos 75^0 - \sin 75^0)^2$</p>

5.4. $(\cos 15^0 + \sin 15^0)^2$	5.4. $(\cos 15^0)^2 - (\sin 15^0)^2$
6. Известно, что $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ Найдите: $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha$	6. Известно, что $\cos \alpha = 0,8$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ Найдите: $\sin 2\alpha, \cos 2\alpha$
7. Известно, что $\cos \alpha = \frac{2}{3}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ Найдите: $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$	7. Известно, что $\cos \alpha = \frac{3}{4}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ Найдите: $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\cos \frac{\alpha}{2}$
8. Представить в виде произведения: 8.1. $\sin 40^0 + \sin 16^0$ 8.2. $\sin 20^0 - \sin 40^0$ 8.3. $\cos 15^0 + \cos 45^0$ 8.4. $\cos 46^0 - \cos 74^0$	8. Представить в виде произведения: 8.1. $\sin 10^0 + \sin 50^0$ 8.2. $\sin 52^0 - \sin 36^0$ 8.3. $\cos 20^0 + \cos 40^0$ 8.4. $\cos 75^0 - \cos 15^0$

Самостоятельная работа № 26

Написать конспект по теме

«Преобразование графиков тригонометрических функций»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. – М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций

2. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
3. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
4. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. http://www.cleverstudents.ru/functions/function_graph_transformations.html
2. http://wiki.iteach.ru/images/0/04/%D0%93%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D0%BA%D0%B8_%D1%82%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D1%85_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B9_%D1%83%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B8.pdf

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- конспект на тему «Преобразование графиков тригонометрических функций»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- рассмотреть преобразование графиков тригонометрических функций
- Написать конспект в соответствии с заданием

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Отсутствует система в изложении материала, текст большей частью просто переписан в форме цитат.
2	высокий	Выполнены все требования к написанию конспекта: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала, но существуют недочеты в изложении материала.
3	оптимальный	Выполнены все требования к написанию конспекта: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала.

Форма представления работы: тетрадь с конспектом.

Перечень заданий:

1. Прочитайте методические рекомендации по составлению конспекта.
2. Прочитайте материал по теме: «Преобразование графиков тригонометрических функций»
3. Повторите методические рекомендации по написанию конспекта (приложение 3)
4. Напишите конспект в соответствии с заданием.

Самостоятельная работа № 27

Написать конспект по теме

«Основные типы тригонометрических уравнений и неравенств»

Литература:

Основные источники:

1. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
2. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз. учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с

Интернет-ресурсы:

1. <http://ya-znau.ru/znaniya/zn/77>
2. <http://egemaximum.ru/prostejshie-trigonometricheskie-neravenstva/>

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- конспект на тему «Основные типы тригонометрических уравнений и неравенств»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- рассмотреть основные типы тригонометрических уравнений и неравенств
- Написать конспект в соответствии с заданием

Критерии оценки результата

Уровни освоения	Характеристика уровня
-----------------	-----------------------

1	допустимый	Отсутствует система в изложении материала, текст большей частью просто переписан в форме цитат.
2	высокий	Выполнены все требования к написанию конспекта: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала, но существуют недочеты в изложении материала.
3	оптимальный	Выполнены все требования к написанию конспекта: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала.

Форма представления работы: тетрадь с конспектом.

Перечень заданий:

1. Прочитайте материал по теме: «Основные типы тригонометрических уравнений и неравенств»
2. Прочитайте методические рекомендации по составлению конспекта (приложение 3).
3. Напишите конспект в соответствии с заданием.

Самостоятельная работа № 28

«Решение тригонометрических уравнений»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с

5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-е изд. М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://youclever.org/book/trigonometricheskie-uravneniya-2>
2. <http://www.bymath.net/studyguide/tri/sec/tri16.htm>
3. <http://yourtutor.info/%D1%82%D1%80%D0%B8%D0%B3%D0%BE%D0%BD%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F-%D0%BD%D0%B0-%D0%B5%D0%B3%D1%8D-%D0%BF%D0%BE-%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B5>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Решение тригонометрических уравнений»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме: «Решение тригонометрических уравнений»
2. Прочитайте дополнительную литературу по данной теме
3. Изучите теоретический материал, приведенный ниже и образцы решения тригонометрических уравнений,
4. Решите задачи для самостоятельной работы

Теоретический материал

Формулы для повторения

$$\arcsin(-a) = -\arcsin a$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a$$

$$\operatorname{arctg}(-a) = -\operatorname{arctg} a$$

$$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$$

Общие формулы решения тригонометрических уравнений

$I. \sin x = a, a \leq 1;$ $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$II. \cos x = a, a \leq 1$ $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$II. \operatorname{tg} x = a, a - \text{любое число}$ $T. x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$I. \operatorname{ctg} x = a, a - \text{любое число}$ $x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Частные решения тригонометрических уравнений

$\sin x = 0$ $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\sin x = 1$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\sin x = -1$ $x = \frac{-\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
$\cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = 1$ $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$\cos x = -1$ $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Значение тригонометрических функций

град	0°	30°	45°	60°	90°
радиан	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	не существ
$\operatorname{ctg} \alpha$	Не существ	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Формулы для повторения:

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c.$$

Если $D > 0$, то корни квадратного уравнения находим по формуле:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Образцы решения тригонометрических уравнений

Образец №1

Решить уравнение:

$$2 \sin^2 x - 5 \sin x + 2 = 0$$

Решение. Введем новую переменную: $z = \sin x$. Тогда уравнение примет вид: $2z^2 - 5z + 2$

$= 0$. Решая квадратное уравнение находим $z_1 = 2$ и $z_2 = \frac{1}{2}$.

Значит, либо $\sin x = 2$, либо $\sin x = \frac{1}{2}$. Первое уравнение не имеет корней, а из второго находим

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Образец №2

Решить уравнение:

$$\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0$$

Решение:

Воспользуемся тем, что $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

Тогда заданное уравнение можно записать в виде:

$$\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) - \cos x = 0$$

После преобразования получим:

$$2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$$

Введем новую переменную $z = \cos x$. Тогда данное уравнение примет вид:

$$2z^2 - z - 1 = 0. \text{ Решая его, находим } z_1 = 1, z_2 = \frac{-1}{2}$$

Значит, либо $\cos x = 1$, либо $\cos x = \frac{-1}{2}$

Решая первое уравнение $\cos x = 1$, как частное, находим его решение

$$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решая второе уравнение, находим решение:

$$x = \pm \arccos \left(\frac{-1}{2} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \left(\pi - \arccos \frac{1}{2} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Образец №3

Решить уравнение:

$$3 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 5 \cos x = 2$$

Решение:

С числом 2, содержащимся во правой части, поступим следующим образом. Известно, что

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad - \text{это тождество верно для любого значения } x.$$

Тогда $2(\sin^2 x + \cos^2 x) = 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x = 2$.

Заменяя в первом уравнении 2 на $2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x$, получим:

$$3 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x$$

$$3 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 5 \cos^2 x - 2 \sin^2 x - 2 \cos^2 x = 0$$

$$\sin^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$$

Обе части уравнения разделим на $\cos^2 x$ почленно

$$\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - \frac{2\sqrt{3} \sin x \cos x}{\cos^2 x} + \frac{3 \cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$$

Так как $\frac{\sin x}{\cos x} = \operatorname{tg} x$, то полученное уравнение запишем в виде:

$$\operatorname{tg}^2 x - 2\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 3 = 0$$

Введя новую переменную $t = \operatorname{tg} x$, получим квадратное уравнение:

$$t^2 - 2\sqrt{3}t + 3 = 0, \text{ решая уравнение, получим: } t = \sqrt{3}$$

Итак, $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$

$$x = \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi n,$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1	Вариант 2
1. Решить уравнения:	1. Решить уравнения:
а) $2 \cos x - \sqrt{2} = 0$	а) $\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 1 = 0$
б) $\operatorname{tg} 2x + 1 = 0$	б) $2 \sin \left(\frac{-x}{2} \right) = 1$

в) $\sin \left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4} \right) = 1$	в) $2\cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2}$
<p>Решить уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $3\sin^2 x - 5\sin x - 2 = 0$ $3\cos^2 2x + 10\cos 2x + 3 = 0$ $3\cos^2 x + 10\cos x + 3 = 0$ $2\sin^2 x + 3\cos x = 0$ $3\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x - 1 = 0$ $2\sin^2 x - 5\sin x \cos x + 2\cos^2 x = 0$ $2\cos^2 x - \sin x \cos x + 5\sin^2 x = 3$ 	<p>Решить уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> $6\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$ $2\sin^2 2x - 3\sin 2x + 1 = 0$ $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ $5\cos^2 x + 6\sin x - 6 = 0$ $2\operatorname{tg}^2 x + 3\operatorname{tg} x - 2 = 0$ $3\cos^2 x + 10\sin x \cos x + 3\sin^2 x = 0$ $2\sin^2 x - 3\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 4$

Тема 7. Функции и графики

Самостоятельная работа № 29

Решение заданий по теме:

«Свойства функции. Построение графиков функций»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз. учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с

5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-е изд. М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. http://www.mathprofi.ru/grafiki_i_svoistva_funkcij.html
2. http://www.webmath.ru/poleznoe/svoistva_funcsii.php
3. <http://www.studfiles.ru/preview/5701044/>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Свойства функции. Построение графиков функций»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

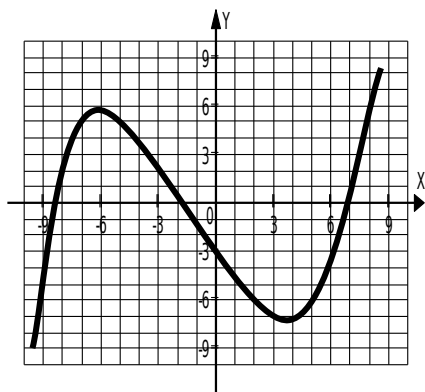
1. Повторите материал лекции по теме: «Функции и их свойства. Построение графиков функций»
2. Прочитайте дополнительную литературу по данной теме
3. Выполните задания для самостоятельной работы

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

1. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке, определите промежутки убывания функции:
 1. $(-\infty; 5]$; 2. $(-6; 4)$; 3. $[-6; 4]$; 4. $[-6; 4]$

2. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке, определить максимум и минимум функции.
3. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке указать область определения и область значения функции.
4. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке, указать промежутки, где $f(x) > 0$.

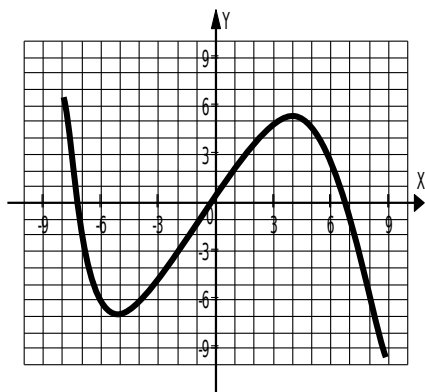


5. Найти область определения функции $y=\sqrt{x-4}$.
 $4; \infty$
 $-\infty; 4]$; 4. $(-\infty; 4)$
 1. $[-4; \infty)$
6. Укажите наибольшее значение функции $y=2x-10$ на отрезке $[-1; 2]$.
 1. -12 ; 2. 8 ; 3. -6 ; 4. -2 .
7. При каких значениях x функция $y=2x-4$ принимает положительные значения?
 $-2; \infty$
 $-\infty; 2]$
 1. $[-2; \infty)$
8. Найдите нули функции $y=x^2+2x$.
 1. $[-1; -2]$; 2. $[0]$; 3. $[0; 2]$; 4. $[0; -2]$.
9. Постройте график функции: $y=(x-2)^2+3$

Вариант 2

1. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке, определите промежутки возрастания функции.
 $4; \infty$
 $-\infty; 4]$; 2. $[-5; 4]$; 3. $(-5; 4)$; 4. $[-5; 4]$.
 1. $[-5; 4]$

2. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке, определить максимум и минимум функции.
3. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке указать область определения и область значения функции.
4. По графику функции $y=f(x)$, изображенному на рисунке, указать промежутки, где $f(x)>0$.



5. Найти область определения функции $y=\frac{5}{x+4}$.

1. $4; \infty$
 $-\infty; -4]$
 $4; \infty$
 $(-\infty; -4) \cup (-4; \infty); 2. (-4; \infty); 3. \text{ } \dot{}$

6. Укажите наименьшее значение функции $y=\frac{2}{x+2}$ на отрезке $[0; 2]$.

1. -1; 2. $\frac{-1}{2}$; 3. 1; 4. 0,5.

7. При каких значениях x функция $y=3x+6$ принимает отрицательные значения?

1. $(-2; \infty)$; 2. $[-2; \infty)$; 3. $(-\infty; -2)$; 4. $(-\infty; 2]$.

8. Найдите нули функции $y=3x-x^2$.

1. $[-1; 3]$; 2. $[0; -3]$; 3. $[0]$; 4. $[0; 3]$.

9. Постройте график функции: $y=(x+2)^2+1$

Исследование функции и построение графика

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.kvadromir.com/plan.html>
2. <http://matemonline.com/metki/исследование-функции/>
3. <http://xreferat.com/54/1967-2-postroenie-grafika-funkcii-razlichnymi-metodami-samostoyatel-naya-rabota-uchashih-sya.html>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Исследование функции и построение графика»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
$90 \div 100$	5	отлично
$80 \div 89$	4	хорошо
$70 \div 79$	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекции по теме: «Исследование функции и построение графика»
2. Прочитайте дополнительную литературу по данной теме
3. Выполните задания для самостоятельной работы

Задания для самостоятельной работы

1. Исследовать функции и построить их графики:

1) $y = 2 - x - x^2$;

2) $y = 2 - \sqrt{1 - x}$;

3) $y = \frac{2}{x-1}$;

4) $y = |x+3| - 1$;

5) $y = x + \frac{4}{x}$.

2. Схема исследования функции:

- 1) Область определения функции.
- 2) Нули функции.
- 3) Промежутки знакопостоянства функции.
- 4) Монотонность функции.
- 5) Наибольшее и наименьшее значения функции.

После проведения исследования функции задать для неё таблицу значений и построить график.

Самостоятельная работа № 31

Написать конспект по теме

«Обратные тригонометрические функции»

Литература:

Основные источники:

1. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-е изд. М.: Дрофа, 2015. – 395с

Дополнительные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. – М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз. учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с

Интернет-ресурсы:

1. http://1cov-edu.ru/mat_analiz/funktsii/obratnie_trigonometricheskie/
2. <http://mathus.ru/math/arcfun.pdf>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- конспект на тему «Обратные тригонометрические функции»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- рассмотреть обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.
- написать конспект в соответствии с заданием

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Отсутствует система в изложении материала, текст большей частью просто переписан в форме цитат.
2	высокий	Основные требования к конспекту выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в изложении материала
3	оптимальный	Выполнены все требования к написанию конспекта: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала.

Форма представления работы: конспект.

Перечень заданий:

1. Прочтите материал по теме: «Обратные тригонометрические функции»: стр. 178-181 - Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-е изд. М.: Дрофа, 2010. – 395с
2. Изучите материал по данной теме в других источниках.
3. Выберите материал для конспектирования.
4. Повторите методические рекомендации для составления конспектов (приложение 3).
5. Составьте конспект в соответствии с заданием.

Самостоятельная работа № 32

Написать конспект по теме «Непрерывность функции»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.
2. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
3. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз. учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
4. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-е изд. М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. http://www.mathprofi.ru/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva.html
2. <http://www.math24.ru/%D0%BD%D0%B5%D0%BF%D1%80%D0%B5%D1%80%D1%8B%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C-%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B9.html>
3. http://msu-students.ru/Math_lectures/lec5.pdf
4. <http://www.studfiles.ru/preview/3220170/>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- конспект на тему «Непрерывность функции»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- написать конспект в соответствии с заданием.

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Отсутствует система в изложении материала, текст большей частью просто переписан в форме цитат. Допущены 2-3 ошибки при ответе на вопросы.
2	высокий	Основные требования к конспекту выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в изложении материала. Правильно даны ответы на вопросы.
3	оптимальный	Выполнены все требования к написанию конспекта: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала. Правильно даны ответы на вопросы.

Форма представления работы: конспект.

Перечень заданий:

1. Прочтите материал по теме: «Непрерывность функции»: стр. 137-138 Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. – М.: издательский центр «Академия», 2012
2. Изучите материал по данной теме в других источниках.
3. Повторите методические рекомендации для составления конспектов (приложение 3).
4. Составьте конспект в соответствии с заданием.
5. Ответьте письменно на вопросы стр 138-139 по графику(а)-1 вариант, б) 2 вариант)

Тема 8. Многогранники и круглые тела

Самостоятельная работа № 33

Составить историческую справку о возникновении названий геометрических тел

Литература:

Основные источники:

1. Геометрия 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.].-17-е изд.-М.: Просвещение, 2014г
2. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций.
2. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
3. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
4. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015 – 395с

Интернет-ресурсы:

- 1) <http://navagrudak.narod.ru/people/evklid/main.html>
- 2) <http://www.profirstart.ru/ps/blog/21519.html>
- 3) http://antique_philosophy.academic.ru/156/ЕВДОКС_КНИДСКИЙ
- 4) <http://www.abc-people.com/data/archimed/>
- 5) http://www.apxu.ru/article/geoforma/geoform/prizma_i_piramida.htm

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- историческую справку о возникновении названий геометрических тел

В процессе выполнения работы студент должен:

- изучить литературу по данной теме
- составить историческую справку о возникновении названий геометрических тел

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Историческая справка составлена согласно предложенного плана, но отсутствует система в изложении материала
2	высокий	Историческая справка составлена согласно предложенного плана, но есть недочеты в изложении материала.
3	оптимальный	Историческая справка составлена согласно предложенного плана, материал подобран интересный, записи сделаны четко, грамотно.

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Найдите в Интернете или учебной литературе необходимый материал
2. Составьте историческую справку по плану:
 - 1) Определение цилиндра, призмы, параллелепипеда и пирамиды у Евклида.
 - 2) Определение конуса у Демокрита и Евдокса Книдского.
 - 3) Определение шара и сферической поверхности у Евклида и Архимеда.

Самостоятельная работа № 34

Выполнение моделей многогранников

Литература:

Основные источники:

1. Геометрия 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.].-17-е изд.-М.: Просвещение, 2014г
2. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций.
2. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
3. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
4. Богомоллов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://mnogogranniki.eto-ya.com/rekomendacii-po-izgotovleniyu-bumazhnyh-modelej>
2. <http://zvzd3d.ru/FromBumaga.html>

3. <http://fb.ru/article/148884/kak-sdelat-iz-bumagi-mnogogrannik-mnogogranniki-iz-bumagi---shemyi>
4. <http://nsportal.ru/ap/library/drugoe/2012/11/11/krasota-v-geometriisozdanie-modeley-pravilnykh-mnogogrannikov>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- модели правильных многогранников: тетраэдр, куб, октаэдр, икосаэдр, додекаэдр.

В процессе выполнения работы студент должен:

- рассмотреть развертки правильных многогранников
- сделать модели многогранников.

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Выполнено не менее половины моделей всех предложенных многогранников. Работа выполнена правильно и аккуратно, но имеются некоторые недочеты.
2	высокий	Выполнены модели всех предложенных многогранников. Работа выполнена правильно и аккуратно, но имеются некоторые недочеты или не выполнена одна модель многогранника.
3	оптимальный	Выполнены модели всех предложенных многогранников. Работа выполнена правильно и аккуратно.

Форма представления работы: модели правильных многогранников.

Перечень заданий:

1. Прочтите материал по теме: «Многогранники. Правильные и полуправильные многогранники»
2. Прочитайте указания к выполнению работы
3. Выполните развертки многогранников.
4. Выполните модели многогранников.

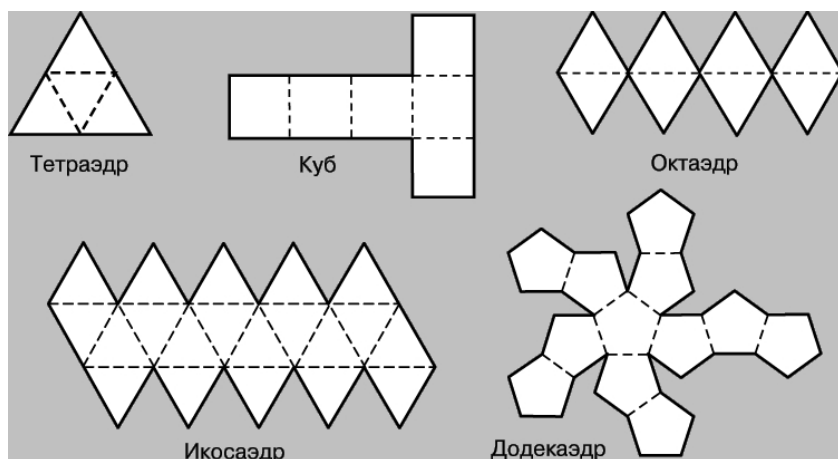
Задания для практической работы

Указания к работе:

Одним из способов изготовления правильных многогранников является способ с использованием, так называемых, развёрток.

Если модель поверхности многогранника изготовлена из гибкого нерастяжимого материала (бумаги, тонкого картона и т. п.), то эту модель можно разрезать по нескольким рёбрам и развернуть так, что она превратится в модель некоторого многоугольника. Этот многоугольник называют развёрткой поверхности многогранника. Для получения модели многогранника удобно

сначала изготовить развёртку его поверхности. При этом необходимыми инструментами являются клей и ножницы. Модели многогранников можно сделать, пользуясь одной развёрткой, на которой будут расположены все грани. Однако в этом случае все грани будут одного цвета.



Самостоятельная работа № 35

Подготовить сообщение по теме

«Правильные и полуправильные многогранники»

Литература:

1. Геометрия 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.].-17-е изд.-М.: Просвещение, 2014г
2. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
3. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
4. Богомоллов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. http://mirznanii.com/info/pravilnye-mnogogranniki-2_315332
2. <http://refdb.ru/look/2978877.html>
3. <http://studyport.ru/referaty/tochnyye-nauki/3927-pravilnye-i-polupravilnye-mnogogranniki-platonovy-i-arhimedovy-tela>

4. <http://www.school-37.ru/downloads/poly/uniform/convex/archimedean/.htm>
5. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%80%D1%85%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D0%B4%D0%BE%D0%B2%D0%BE_%D1%82%D0%B5%D0%BB%D0%BE
6. <http://mnogogranniki.eto-ya.com/vypuklye-mnogogranniki>
7. <http://www.waylove.ru/t195>

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- сообщение на тему «Правильные и полуправильные многогранники»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- рассмотреть правильные многогранники и полуправильные многогранники, их элементы, название, применение.

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Отсутствует система в изложении материала, текст большой, нарушены правила составления презентации.
2	высокий	Выполнены все требования: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала, но при этом допущены недочеты.
3	оптимальный	Выполнены все требования: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала.

Форма представления работы: сообщение

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекции по теме «Правильные многогранники»
2. Прочтите материал по теме: «Многогранники. Правильные и полуправильные многогранники» в других источниках информации
3. Повторите методические рекомендации по написанию сообщения.
4. Подготовьте сообщение в соответствии с заданием.

Самостоятельная работа № 36

Решение задач по теме:

«Многогранники и их поверхности»

Литература:

1. Геометрия 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.].-17-е изд.-М.: Просвещение, 2014г
2. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://math4school.ru/mnogogranniki.html>
2. <http://www.bitclass.ru/math/theory/%D0%A1%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%8F/%D0%9C%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BD%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B8>
3. http://mirznanii.com/info/osnovnye-vidy-mnogogrannikov-i-ikh-svoystva_314280
4. http://mirznanii.com/info/osnovnye-vidy-mnogogrannikov-i-ikh-svoystva_314280

Время на выполнение – 4 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Многогранники и их поверхности»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
$90 \div 100$	5	отлично
$80 \div 89$	4	хорошо
$70 \div 79$	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

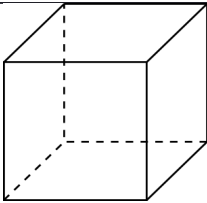
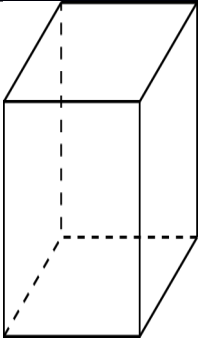
Перечень заданий:

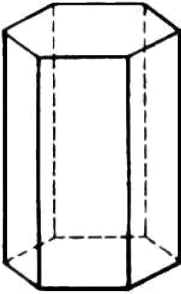
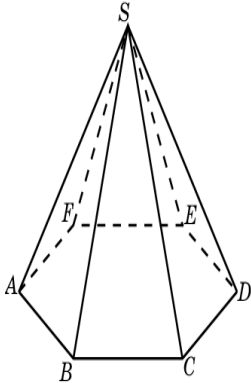
1. Повторите материал лекций по теме «Многогранники. Решение задач»
2. Изучите материал по теме «Многогранники» в других источниках информации
3. Прочитайте теоретический материал, приведенный ниже
4. Выполните задания для самостоятельной работы

Теоретический материал

Площадью поверхности многогранника по определению считается сумма площадей, входящих в эту поверхность многоугольников.

Основные формулы

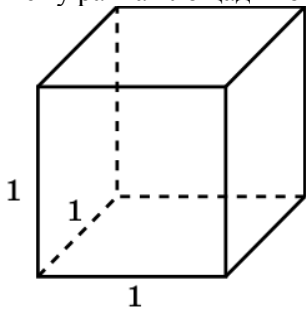
№п/п	Наименование многогранника	Изображение	Площадь боковой и полной поверхности
1	Куб		$S_n = 6a^2$
2	Прямоугольный параллелепипед		$S_n = 2ab + 2ac + 2bc$

3	Призма		$S_{\text{б}} = p \cdot H$ $S_n = S_{\text{б}} + 2S_o$
4	Пирамида		$S_{\text{б}} = \frac{1}{2} p \cdot h$ $S_n = S_{\text{б}} + S_o$

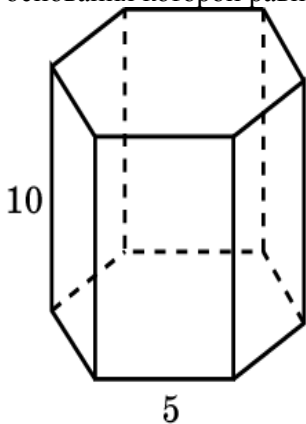
Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

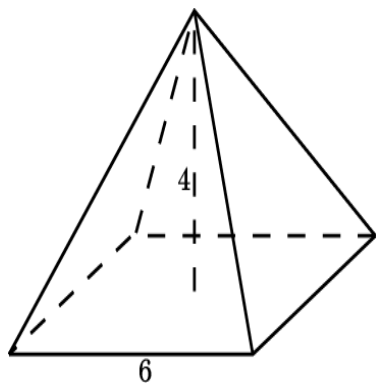
1. Чему равна площадь поверхности куба с ребром 1?



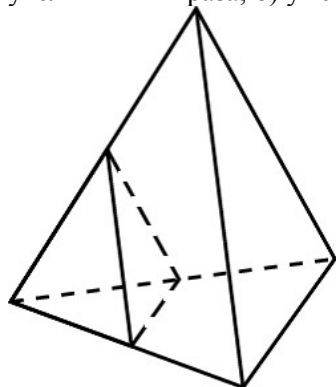
2. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5 см, а высота 10 см.



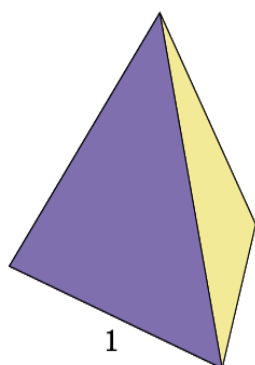
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 см и высота 4 см.



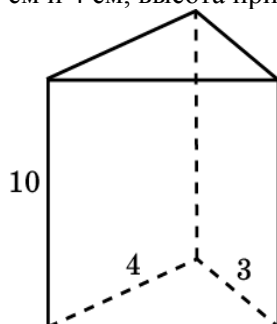
4. Как изменятся площади боковой и полной поверхностей пирамиды, если все её рёбра: а) увеличить в 2 раза; б) уменьшить в 5 раз?



5. Чему равна площадь поверхности правильного тетраэдра с ребром 1?

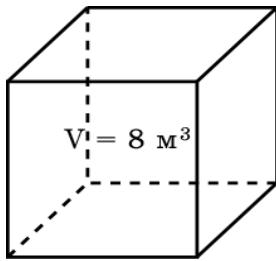


6. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите площадь поверхности данной призмы.

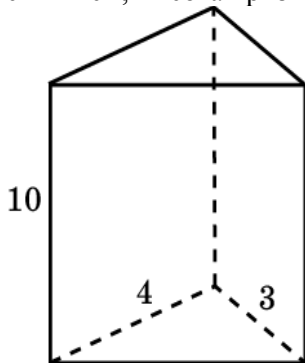


Вариант 2

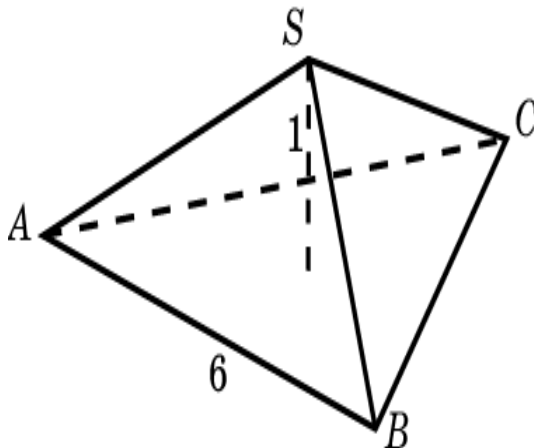
1. Объем куба равен 8 м^3 . Найдите площадь его поверхности.



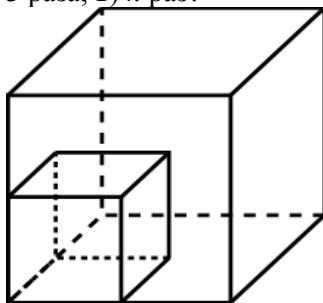
2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите площадь поверхности данной призмы.



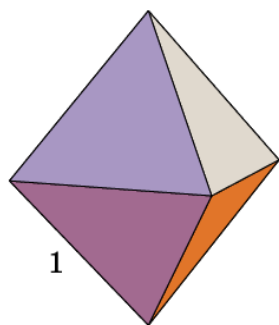
3. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды со стороной основания 6 см и высотой 1 см.



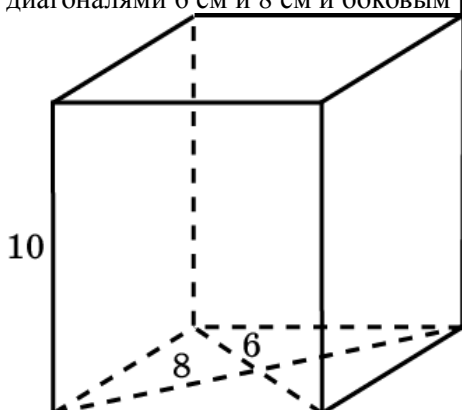
4. Как изменится площадь поверхности куба, если каждое его ребро увеличить в: а) 2 раза; б) 3 раза; в) n раз?



5. Чему равна площадь поверхности октаэдра с ребром 1?



6. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями 6 см и 8 см и боковым ребром 10 см.



Самостоятельная работа № 37

Решение задач по теме

«Тела вращения и их поверхности»

Литература:

Основные источники:

1. Геометрия 10-11: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни/ [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.].-17-е изд.-М.: Просвещение, 2014г
2. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.

4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. http://math4school.ru/tela_vrashhenija.html
2. <http://egemaximum.ru/tela-vrashheniya-formulyi-obema-i-ploshhadi-poverhnosti/>

Время на выполнение – 4 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Тела вращения и их поверхности»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

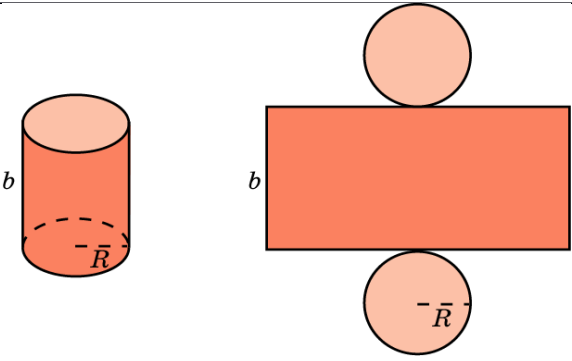
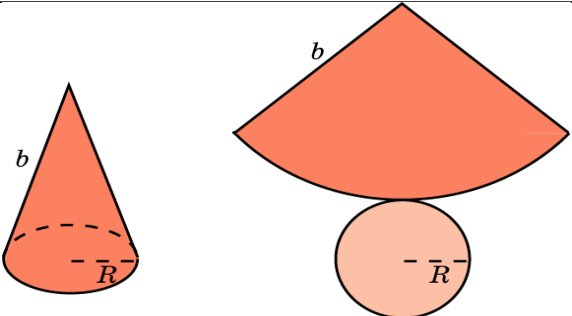
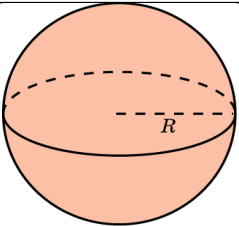
Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме «Тела вращения и их поверхности»
2. Изучите материал по теме «Тела вращения и их поверхности» в других источниках информации
3. Прочитайте теоретический материал, приведенный ниже
4. Выполните задания для самостоятельной работы

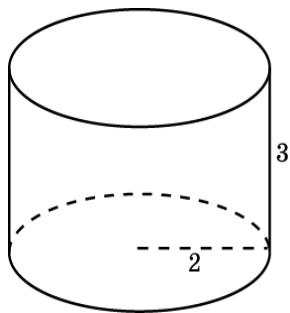
Теоретический материал

№п/п	Наименование фигуры	Изображение	Формула площадей полной и боковой поверхности
1	Цилиндр		$S_6 = 2\pi RH$ $S_n = 2\pi RH + 2\pi R^2$ $S_o = \pi R^2$ $V = \pi R^2 \cdot H$
2	Конус		$S_6 = \pi Rl$ $S_n = \pi Rl + \pi R^2$ $S_o = \pi R^2$ $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot H$
3	Сфера, шар		$S_n = 4\pi R^2$ $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

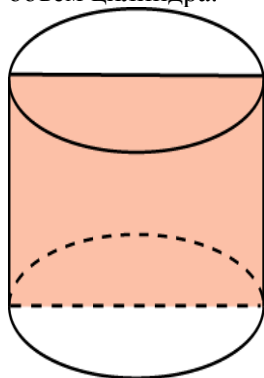
Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

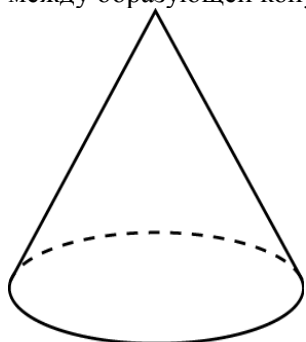
1. Радиус основания цилиндра равен 2 м, высота - 3 м. Найдите площадь боковой поверхности и объем цилиндра.



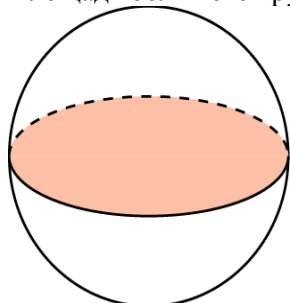
2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 4 м^2 . Найдите площадь боковой поверхности и объем цилиндра.



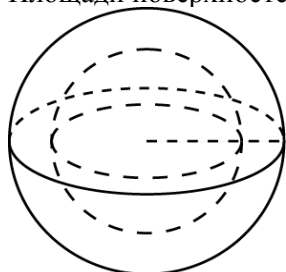
3. Два цилиндра образованы вращением одного и того же прямоугольника вокруг его неравных сторон. Равны ли у этих цилиндров площади: а) боковых; б) полных поверхностей?; в) объемы?
4. Площадь боковой поверхности конуса в два раза больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания.



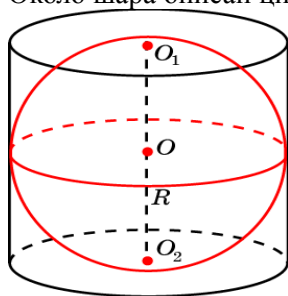
5. Площадь большого круга шара равна 3 см^2 . Найдите площадь поверхности и объем шара.



6. Площади поверхностей двух шаров относятся как $4 : 9$. Найдите отношение их диаметров.



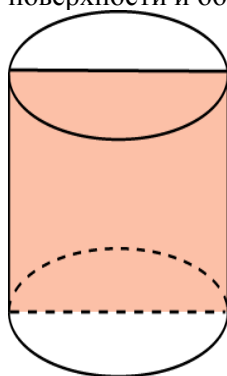
7. Около шара описан цилиндр. Найдите отношение их площадей поверхностей и объемов.



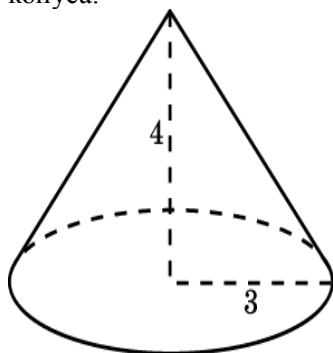
8. Прямоугольник вращается вокруг одной из сторон, равной 5 см. Площадь боковой поверхности цилиндра, полученного при вращении, равна 100π см². Найдите площадь прямоугольника.

Вариант 2

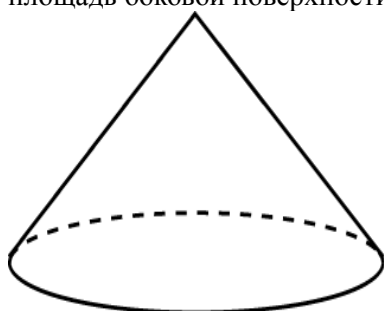
1. Осевое сечение цилиндра - квадрат. Площадь основания равна 1. Найдите площадь поверхности и объем цилиндра.



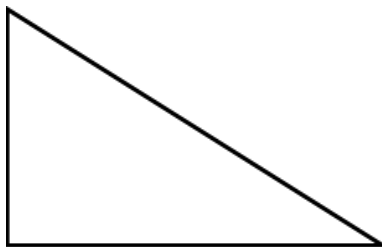
2. Радиус основания конуса равен 3 м, высота - 4 м. Найдите площадь поверхности и объем конуса.



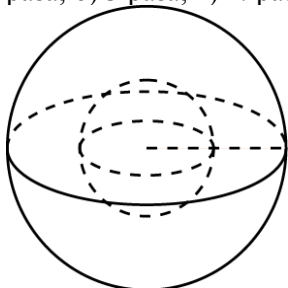
3. Образующая конуса равна 4 дм, а угол при вершине осевого сечения равен 90° . Вычислите площадь боковой поверхности и объем конуса.



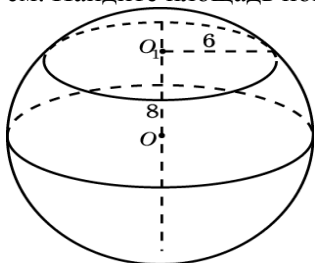
4. Два конуса образованы вращением одного и того же прямоугольного треугольника вокруг его неравных катетов. Равны ли у этих конусов площади: а) боковых; б) полных поверхностей? в) объемы?



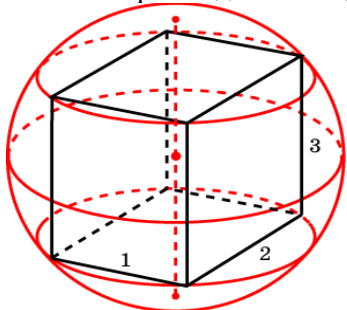
5. Как изменится площадь поверхности и объем шара, если увеличить радиус шара в: а) 2 раза; б) 3 раза; в) n раз?



6. Сечение шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите площадь поверхности и объем шара.



7. Около прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны 1 дм, 2 дм и 3 дм, описан шар. Найдите площадь его поверхности.



8. Прямоугольник, одна из сторон которого равна 5 см, вращается вокруг неизвестной стороны. Площадь боковой поверхности цилиндра, полученного при вращении, равна 60π см². Найдите площадь прямоугольника.

Тема 9. Начала математического анализа

Самостоятельная работа № 38

Вычисление производной функции

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомоллов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.berdov.com/docs/fluxion/rules/>
2. <http://www.berdov.com/docs/fluxion/proizvodnaja-stepennoj-funkcii/>

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Вычисление производной функции»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме «Производная»
2. Рассмотрите теоретический материал, приведенный ниже
3. Изучите материал по данной теме в других источниках информации
4. Выполните задания для самостоятельной работы

Теоретический материал

Производная функции.

1. Непрерывность функции.

$$y = f(x)$$

Опр. 1. Функция называется непрерывной в точке a , если она имеет $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

предел и этот предел равен значению функции в этой точке, т.е.

Пусть функция $y = f(x)$ определена на промежутке X . Возьмем точку $x \in X$.
 $\Delta x \neq 0$

Дадим значению x приращение, тогда функция получит приращение $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

Опр. 2. Производной функции $y = f(x)$ называется предел отношения приращения функции к приращению независимой переменной при стремлении последнего к нулю (если этот предел существует):

$$y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

$$y = \sin x$$

Пример.

$$\begin{aligned} \Delta y &= \sin(x + \Delta x) - \sin x \left[\sin a - \sin b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \right] \\ y' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin(x + \Delta x) - \sin x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2 \cos\left(\frac{x + \Delta x + x}{2}\right) \sin\left(\frac{x + \Delta x - x}{2}\right)}{\Delta x} = \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2 \cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) \sin\left(\frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \cos\left(x + \frac{\Delta x}{2}\right) = \cos x \\ (\sin x)' &= \cos x \end{aligned}$$

Таблица производных:

1. $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
2. $(a^x)' = a^x \ln a (a > 0, a \neq 1)$
3. $(e^x)' = e^x$
4. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a} (a > 0, a \neq 1)$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

5.

$$(\sin x)' = \cos x$$

6.

$$(\cos x)' = -\sin x$$

7.

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \left(x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$$

8.

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} (x \neq k\pi)$$

9.

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} (-1 < x < 1)$$

10.

$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

11.

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}$$

12.

$$(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

13.

Свойства производных:

$$U = U(x), V = V(x)$$

Если C - постоянное число,
производные, тогда:

- функции, имеющие

$$C' = 0$$

(I);

$$(U \pm V)' = U' \pm V'$$

(II);

$$(C \cdot U)' = C \cdot U'$$

(III);

$$(U \cdot V)' = U'V + UV'$$

(IV);

$$\left(\frac{U}{V} \right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

(V).

Пример. Вычислить производную функций.

$$1. y = x - 8$$

$$y' = (x - 8)' = 1 - 0 = 1$$

$$2. y = x^2 + x - 5$$

$$y' = (x^2 + x - 5)' = 2x + 1$$

$$3. y = \frac{10}{x}$$

$$y' = \left(\frac{10}{x} \right)' = (10x^{-1})' = -1 \cdot 10 \cdot x^{-2} = \frac{-10}{x^2}$$

$$4. y = (3 - x)(x + 8)$$

$$y' = (3 - x)'(x + 8) + (3 - x)(x + 8)' = -1(x + 8) + (3 - x) \cdot 1 = -2x - 5$$

$$y = \frac{x^2}{x + 5}$$

$$y' = \frac{(x^2)'(x + 5) - x^2(x + 5)'}{(x + 5)^2} = \frac{2x(x + 5) - x^2 \cdot 1}{(x + 5)^2} = \frac{x^2 + 10x}{(x + 5)^2}$$

Производная сложной функции.

Исследование функции с помощью производной.

$$z = f(x), y = \varphi(x) \Rightarrow z = f(\varphi(x)) -$$

Пусть

композиция двух функций.

$$y = \varphi(x)$$

$$z = f(y)$$

Т.1. Если функция

дифференцируема по x , а функция

$$z = f(\varphi(x))$$

дифференцируема по y , то сложная функция

дифференцируема по x ,

$$(f(\varphi(x)))' = f'(\varphi(x)) \cdot \varphi'(x)$$

причем её производная вычисляется по формуле:

$$1. z = e^{x^2}$$

$$z' = e^{x^2} \cdot 2x$$

$$2. z = \sin 2x$$

$$z' = 2 \cos 2x$$

Пример.

Задания для самостоятельной работы

1. Найти производные функции.

1. $y = 5$
2. $y = 2x + 4$
3. $y = 5x^2 + 7x + 1$
4. $y = x^3 - x^2 + x + 5$
5. $y = 3x^3 - 5x^2 + 3x + 2$
6. $y = \frac{1}{2x} + \sqrt{x}$
7. $y = e^x + \frac{1}{x}$
8. $y = (x + 3)(x^2 + 8x)$
9. $y = x^2(3x - 7x^3)$
10. $y = \frac{x^2}{(x + 7)}$

2. Найти производную сложной функции.

1. $z = \cos 7x$
2. $z = e^{x^3}$
3. $z = \sin(5x + 3)$
4. $z = 5^{x^2}$
5. $z = 3^{(2x+1)}$
6. $z = \operatorname{tg}(5x^2)$
7. $z = \operatorname{Log}_3(7x - 3)$
8. $z = \sqrt[3]{2x - 1}$
9. $z = (2x + 3)^2$
10. $z = (7 - 3x)^3$

Самостоятельная работа № 39

Решение задач по теме

«Геометрический смысл производной»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://ege-ok.ru/2014/02/17/ugol-mezhdu-kasatelnyimi-uravnenie-obshhey-kasatelnoy>
3. <http://mathus.ru/math/dergeom.pdf>
4. <http://ege-ok.ru/2014/02/16/uravnenie-kasatelnoy>
5. <http://www.mathematics-repetition.com/10-klass-algebra/10-3-1-uravnenie-kasatelynoy.html>
6. <http://interneturok.ru/algebra/10-klass/proizvodnaya/uravnenie-kasatelnoy-k-grafiku-funktsii>

Время на выполнение – 4 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме « Геометрический смысл производной»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

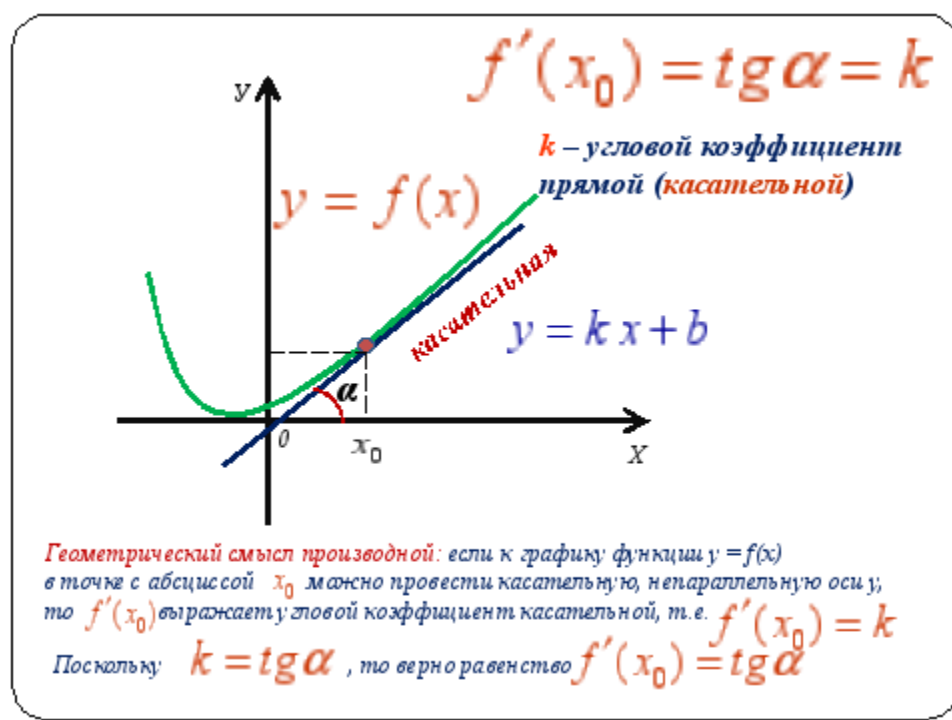
Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме «Производная. Геометрический смысл производной»
2. Изучите материал по теме «Производная. Геометрический смысл производной» в других источниках информации
3. Рассмотрите теоретический материал, приведенный ниже
4. Выполните задания для самостоятельной работы

Теоретический материал



Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

1. Найти угол между касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 .

а) $f(x) = 3x^2, x_0 = 1.$

б) $f(x) = \frac{1}{2}x^2, x_0 = 2.$

в) $f(x) = 4\sqrt{x}, x_0 = 4.$

г) $f(x) = 5 \cos x, x_0 = \frac{\pi}{6}.$

д) $f(x) = \sin 3x, x_0 = \frac{\pi}{12}.$

2. Записать уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0 .

$$a) f(x) = x^5 - x^3 + 3x - 1, x_0 = 0.$$

$$б) f(x) = x^3 - 2x, x_0 = 2$$

Вариант 2

1. Найти угол между касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0 .

$$a) f(x) = 2x^3, x_0 = 1.$$

$$б) f(x) = \frac{1}{4}x^4, x_0 = 2.$$

$$в) f(x) = 3\sqrt{x}, x_0 = 9.$$

$$г) f(x) = 4\sin x, x_0 = \frac{\pi}{3}.$$

$$д) f(x) = \cos 5x, x_0 = \frac{\pi}{20}.$$

2. Записать уравнение касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке с абсциссой x_0 .

$$a) f(x) = x^4 - x^3 + 5x - 2, x_0 = 0.$$

$$б) f(x) = x^3 + 3x, x_0 = 2$$

Самостоятельная работа № 40

Решение задач по теме «Физический смысл производной»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2012
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://ru.solverbook.com/spravochnik/proizvodnye/fizicheskij-smysl-proizvodnoj/>
2. <http://matematikalegko.ru/pervooobraznaya-proizvodnaya/fizicheskij-smysl-proizvodnoj-zadachi-na-skorost.html>
3. <http://ege-ok.ru/2012/01/27/geometricheskij-smysl-proizvodnoy-fizicheskij-smysl-proizvodnoy>

Время на выполнение – 4 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Физический смысл производной»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме «Физический смысл производной»

- Изучите материал по теме «Физический смысл производной» в других источниках информации
- Выполните задания для самостоятельной работы.

Задания для самостоятельной работы

<p>Задача 1. Материальная точка движется по прямой по закону $S(t) = 8t - t^3$. Найдите её скорость и ускорение в момент времени $t = 3$.</p>	<p style="text-align: right;">$S'(t)$</p> <p>Указание: $V(t) =$, $V(3)$ - ? $V'(t)$ $a(t) =$, $a(3) - ?$</p>
<p>Задача 2. Тело, выпущенное вертикально вверх со скоростью v_0, движется по закону $h(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$, где h – путь в метрах, t – время в секундах. Найдите наибольшую высоту, которую достигнет тело, если $v_0 = 50 \text{ м/с}$, $g = 10 \text{ м/с}^2$.</p>	<p>$h'(t) - ?$, $h'(t) = 0$, $t - ?$ $h(t) - ?$</p>
<p>Задача 3. Точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 4t^3 + 11t^2 + 8$ (x измеряется в метрах, t в секундах). Напишите формулу для вычисления скорости в любой момент времени и вычислите её при $t = 2$.</p>	<p style="text-align: right;">$x'(t)$</p> <p>Указание: $V(t) =$, $V(2)$ - ?</p>
<p>Задача 4. Материальная точка массой 2 кг движется прямолинейно по закону $S(t) = 9t - t^2 + \frac{1}{3}t^3$, где S – путь в метрах, t – время в секундах. Найдите силу, действующую на неё в момент $t = 3$ с.</p>	<p style="text-align: right;">$F = m \cdot a$</p> <p>Указание: $S''(t)$ $a(t) =$, $a(3) - ?$, $F - ?$ (н).</p>
<p>Задача 5. Маховик задерживаемый тормозом, поворачивается за t_c на угол $\alpha(t) = 4t - 0,2t^2$ (рад). Найдите: а) угловую скорость вращения маховика в момент $t = 6$ с; б) в какой момент маховик остановится?</p>	<p style="text-align: right;">$\omega(t) = \alpha'(t)$</p> <p>Указание: $\omega(6)$ - ? (рад/с). $\omega(t) = 0$ $t - ?$</p>
<p>Задача 6. Материальная точка движется прямолинейно по закону $S(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + 4t$, где S – путь в метрах, t – время в секундах. Найдите: а) момент времени t, когда ускорение точки равно 0; б) скорость, с которой движется точка в этот момент времени.</p>	<p style="text-align: right;">$S''(t)$</p> <p>Указание: $a(t) =$; $a(t) = 0$, $t - ?$, $S'(t)$ $V(3)$ $V(t) =$, - ? (м/с).</p>

<p>Задача 7. Известно, что тело массой $m = 5\text{ кг}$ движется</p> $S = t^2 + 2$ <p>прямолинейно по закону . Найдите кинетическую энергию тела через 2с после начала движения.</p>	$\frac{mV^2}{2}$ <p>Указание: $E(t) =$, $V(t) = S'(t)$, $E(2) - ?$ (Дж)</p>
<p>Задача 8. Изменение силы тока I в зависимости от времени t</p> $I = 2t^2 - 5t$ <p>задано уравнением: . Найдите скорость изменения тока в момент времени $t = 10\text{ с}$.</p>	<p>Указание: $I'(t) - ?$ $I'(10) - ?$ (А/с)</p>
<p>Задача 9. Две материальные точки движутся прямолинейно по</p> $S_1 = 2,5t^2 - 6t + 1, \quad S_2 = 0,5t^2 + 2t - 3.$ <p>законам: В какой момент скорости их равны?</p>	<p>Указание: $S_1'(t)$ $V_1(t) =$, $V_2(t) =$ $S_2'(t)$, $V_1(t) = V_2(t)$, $t - ?$</p>
<p>Задача 10. Две материальные точки движутся прямолинейно по</p> $S_1 = t^2 - 6t + 2, \quad S_2 = 4t + 5.$ <p>законам: В какой момент времени скорость первой точки будет в два раза больше скорости второй?</p>	<p>Указание: $S_1'(t)$ $V_1(t) =$, $V_2(t) =$ $S_2'(t)$, $V_1(t) > V_2(t)$ в 2 раза. $t - ?$</p>

Самостоятельная работа № 41

Решение задач по теме

«Применение производной к исследованию функции»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.

4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.yaklass.ru/materiali?mode=lsntheme&themeid=18>
2. <http://www.bymath.net/studyguide/ana/sec/ana7.htm>
3. <http://www.nado5.ru/e-book/primery-primeneniya-proizvodnoi-k-issledovaniyu-funkcii>

Время на выполнение – 4 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме « Применение производной к исследованию функции»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме «Применение производной к исследованию функции»
2. Изучите материал по теме « Применение производной к исследованию функции» в других источниках информации
3. Рассмотрите теоретический материал, приведенный ниже
4. Выполните задания для самостоятельной работы

Теоретический материал

Признак возрастания функции: Если $f'(x) > 0$ в каждой точке некоторого промежутка, то на этом промежутке функция $f(x)$ возрастает.

Признак убывания функции: Если $f'(x) < 0$ в каждой точке некоторого промежутка, то на этом промежутке функция $f(x)$ убывает.

Признак максимума функции: Если функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 , а $f'(x) > 0$ на интервале $(a; x_0)$ и $f'(x) < 0$ на интервале $(x_0; a)$, то x_0 является точкой максимума.

Упрощённая формулировка: Если в точке x_0 производная меняет знак с плюса на минус, то x_0 есть точка максимума.

Признак минимума функции: Если функция $f(x)$ непрерывна в точке x_0 , а $f'(x) < 0$ на интервале $(a; x_0)$ и $f'(x) > 0$ на интервале $(x_0; a)$, то x_0 является точкой минимума.

Упрощённая формулировка: Если в точке x_0 производная меняет знак с минуса на плюс, то x_0 есть точка максимума.

Схема исследования функции.

- Находим область определения;
- Вычисляем производную;
- Находим критические точки
- Определяем промежутки возрастания и убывания;
- Находим точки максимума и минимума;
- Вычисляем экстремум функции;
- Данные заносят в таблицу.
- На основании такого исследования строится график функции.

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

I Найти критические точки и промежутки возрастания и убывания

1 $f(x) = 2x^2 - 1$

2 $f(x) = -x^2 + 2x$

3 $f(x) = x^3 + 2x^2$

4 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

II Найти экстремум функции

1. $f(x) = 3x^2 - 2x$

$$2. \quad f(x) = \cos 2x$$

- III Исследовать функцию и построить график
 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

Вариант 2

- I Найти критические точки и промежутки возрастания и убывания

$$1 \quad f(x) = -x^2 + 1$$

$$2 \quad f(x) = x^2 - 4x$$

$$3 \quad f(x) = x^3 + 3x^2$$

$$4 \quad f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 5$$

- II Найти экстремум функции

$$1 \quad f(x) = 3x - 5x^2$$

$$2 \quad f(x) = \sin 3x$$

- III Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$$

Вариант 3

- I Найти критические точки и промежутки возрастания и убывания

$$1 \quad f(x) = -2x^2 + 32$$

$$2 \quad f(x) = x^2 - 4x$$

$$3 \quad f(x) = -x^3 + 6x^2$$

$$4 \quad f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 18x + 4$$

- II Найти экстремум функции

$$1 \quad f(x) = 6x - x^3$$

$$2 \quad f(x) = x^2 \cdot l^x$$

- III Исследовать функцию и построить график

$$f(x) = -x^3 + 6x^2 + 2$$

Самостоятельная работа № 42

Решение задач по теме

«Первообразная»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

- 1 Конспекты лекций
- 2 Практические задания, рассмотренные в аудитории.
- 3 Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
- 4 Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз. учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
- 5 Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-е изд. М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

- 1 http://schools.keldysh.ru/school1413/web_matem/txt3.htm
- 2 <http://www.berdov.com/works/integral/pervoobraznaya-chto-takoe/>
- 3 <http://interneturok.ru/algebra/11-klass/integralb/pervoobraznaya>

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Первообразная»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
$90 \div 100$	5	отлично
$80 \div 89$	4	хорошо
$70 \div 79$	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

- 1 Повторите материал лекций по теме «Первообразная»
- 2 Изучите материал по теме «первообразная» в других источниках информации
- 3 Рассмотрите теоретический материал, приведенный ниже
- 4 Выполните задания для самостоятельной работы

Теоретический материал

1. Под дифференцированием функции $f(x)$ мы понимаем нахождение

производной $f'(x)$.

2. Нахождение функции $f(x)$ по заданной ее производной $f'(x)$

называют операцией интегрирования.

3. Таким образом, операция интегрирования обратна операции дифференцирования. Следовательно, операция интегрирования состоит в том, что по заданной производной $f'(x)$ находят (восстанавливают) функцию $f(x)$.

$f(x)$.

4. Функцию $F(x)$ называют первообразной для функции $f(x)$ на

заданном промежутке, если для всех x из этого промежутка $F'(x) = f(x)$.

5. Множество всех первообразных для функции $f(x)$ можно представить в виде $F(x) + C$, где $C \in R$.

Основные свойства первообразной функции.

6. Теорема. Если функция $F(x)$ есть первообразная для функции $f(x)$ на промежутке X то при любой постоянной функция $F(x)+C$ также является первообразной для функции $f(x)$ на промежутке X . любую первообразную функции $f(x)$ на промежутке X можно записать в виде $F(x)+C$.

7. Геометрически основное свойство первообразных можно интерпретировать так: графики всех первообразных данной функции $f(x)$ получаются с помощью параллельного переноса любого из этих графиков вдоль оси OY .

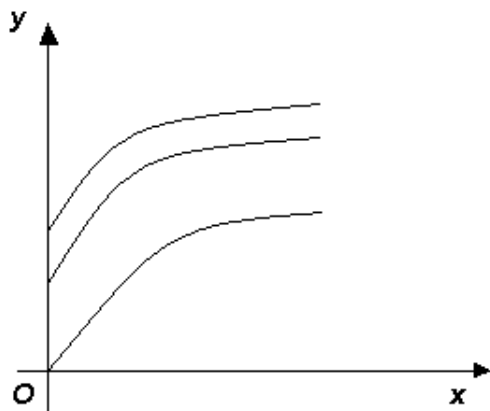


Таблица первообразных

Функция	Общий вид первообразных
k (постоянная)	$kx+c$
x^n ($n \in \mathbb{Z}, n \neq -1$)	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x} + c$
$\sin x$	$-\cos x + c$
$\cos x$	$\sin x + c$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + c$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + c$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + c$
e^x	$e^x + c$
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + c$

Три правила нахождения первообразных.

Правило1. Если F есть первообразная для f , а G - первообразная для g , то $F+G$ есть первообразная для $f+g$.

Правило2. Если F есть первообразная для f , а k – постоянная, то функция kF - первообразная для kf .

Правило3. Если $F(x)$ есть первообразная для $f(x)$, а k и b -постоянные, причем $k \neq 0$, то $F(kx+b)$ есть первообразная для $f(kx+b)$.

Задания для самостоятельной работы

Сопоставьте функции ее первообразную:

Уровень А

Функция	Первообразная			
	$0,5x^2$	$\ln x$	$0,25x^4 + x$	$-\cos x$
x				
x^3+1				
$\sin x$				
$x^{-1}, x>0$				

Уровень В

Функция	Первообразная			
	$0,5\sin(x^2) + \ln x$	e^x	$0,25x^4 + x$	$-\cos(2x)$
e^x				
x^3+1				
$2\sin(2x)$				
$x \cos(x^2) + x^{-1}$				

Самостоятельная работа № 43

Решение задач по теме:

Вычисление площади криволинейной трапеции по готовому чертежу

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

- 1 Конспекты лекций
- 2 Практические задания, рассмотренные в аудитории.
- 3 Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
- 4 Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз. учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
- 5 Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-е изд. М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

- 1 http://www.mathprofi.ru/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelenного_integrала.html
- 2 <http://www.yaklass.ru/materiali?mode=lsntheme&themeid=20>
- 3 http://edu.alnam.ru/book_kram.php?id=188

Время на выполнение – 3 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Вычисление площади криволинейной трапеции по готовому чертежу»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

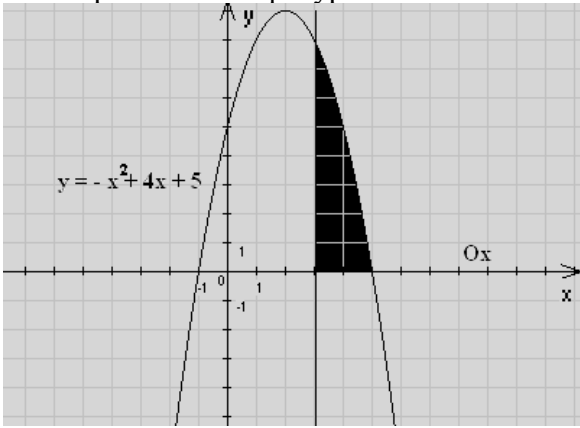
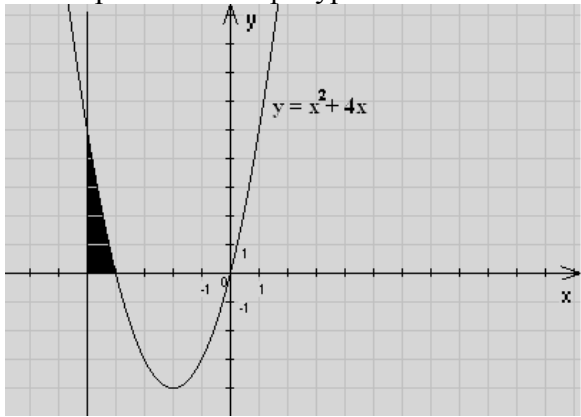
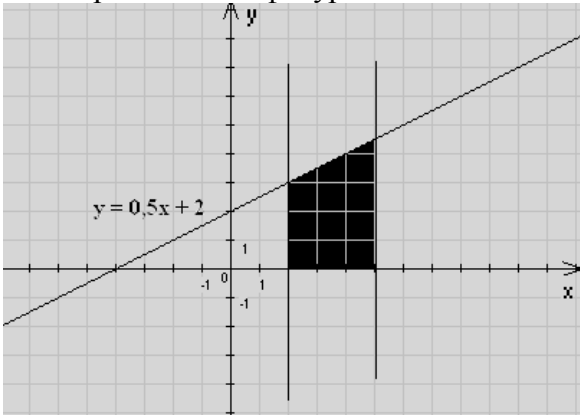
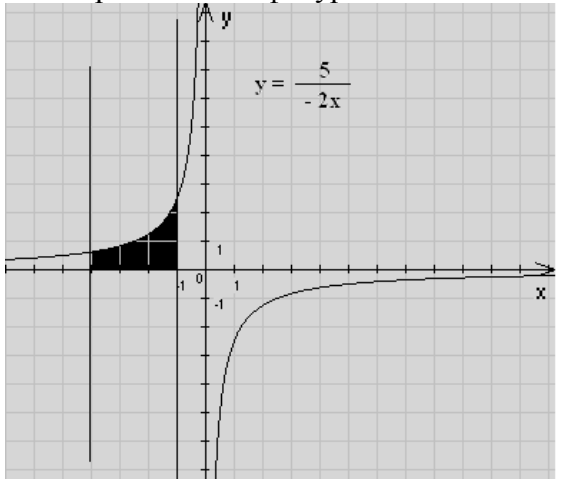
Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

- 1 Повторите материал лекции по теме: «Площадь криволинейной трапеции»
- 2 Изучите другую литературу по данной теме
- 3 Выполните задания для самостоятельной работы. Указание: Чертежи в тетрадь переносить не надо.

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1	Вариант 2
<p>1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.</p>	<p>1. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.</p>
<p>2. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.</p> 	<p>2. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.</p> 
<p>3. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.</p> 	<p>3. По готовому чертежу найти площадь заштрихованной фигуры.</p> 

Самостоятельная работа № 44

Решение задач по теме:

Вычисление площади криволинейной трапеции

с помощью интеграла

Литература:

Основные источники:

- 1 Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
- 2 Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014.

Дополнительные источники:

- 1 Конспекты лекций
- 2 Практические задания, рассмотренные в аудитории.
- 3 Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
- 4 Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз. учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
- 5 Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-е изд. М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

- 1 http://www.mathprofi.ru/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelenного_integrала.html
- 2 <http://www.yaklass.ru/materiali?mode=lsntheme&themeid=20>
- 3 http://edu.alnam.ru/book_kram.php?id=188

Время на выполнение – 4 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Вычисление площади криволинейной трапеции с помощью интеграла»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

- 1.Повторите материал лекции по теме: «Интеграл. Площадь криволинейной трапеции»
2. Изучите другую литературу по данной теме
- 3.Изучите теоретический материал, приведенный ниже
- 4 Выполните задания для самостоятельной работы

Теоретический материал

Определение: **Неопределенным интегралом** функции $f(x)$ называется совокупность первообразных функций, которые определены соотношением:

$F(x) + C$. Записывают: $\int f(x) dx = F(x) + C$, где $F(x)$ - есть некоторая первообразная функции $f(x)$ на этом промежутке, $C - \text{const}$. При этом знак \int называется знаком интеграла, $f(x)$ - подынтегральной функцией, $f(x) dx$ - подынтегральным выражением, x - переменная интегрирования, C - постоянная интегрирования.

Операция нахождения неопределенного интеграла от данной функции называется интегрированием данной функции.

Интегрирование – операция, обратная операции дифференцирования. У всякой непрерывной на данном интервале функции существует неопределенный интеграл.

Таблица неопределенных интегралов

$\int dx = x + C$	$\int \sin x dx = -\cos x + C$	$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a} + C$
$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$\int \cos x dx = \sin x + C$	$\int \tg x dx = -\ln \cos x + C$

$\int \frac{dx}{x} = \ln x + C$	$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctgx} + C$	$\int \operatorname{ctgx} dx = \ln x + C$
$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$	$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + c$	$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$
$\int l^x dx = \frac{l^x}{\ln l} + C$	$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C$	$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left \frac{x-a}{x+a} \right + C$

Свойства неопределенного интеграла:

$$\int dF(x) = F(x) + C ;$$

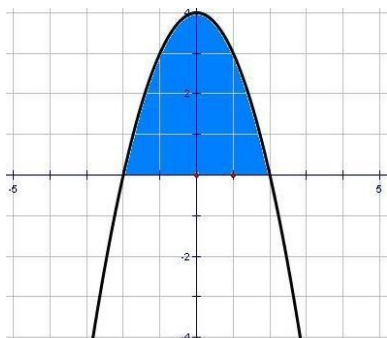
$$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx ;$$

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx ;$$

$$\int f(ax+b) dx = \frac{1}{a} F(ax+b) + C ;$$

Определение: Фигура, ограниченная снизу отрезком $[a, b]$ оси Ox , сверху графиком непрерывной функции $y = f(x)$, принимающей положительные значения, а с боков отрезками прямых $x = a$, $x = b$ называется криволинейной трапецией.

$$S = \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) .$$



Образец решения:

Вычислить площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями

$$y = 4 - x^2 \text{ и } y = 0$$

Решение:

1. $y = 4 - x^2$ - квадратичная функция, график – парабола, ветви направлены вниз, вершина $(0;4)$
 $y = 0$ - ось абсцисс.

2. Найдём точки пересечения параболы с осью X : $x^2 - 4 = 0$;

$$x^2 = 4, x = 2, x = -2.$$

3. Найдём площадь криволинейной трапеции по формуле:

$$S = \int_{-2}^2 (4 - x^2) dx = \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-2}^2 = \left(4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3} \right) - \left(4 \cdot (-2) - \frac{(-2)^3}{3} \right) =$$

$$8 - \frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} = 16 - \frac{16}{3} = 16 - 5\frac{1}{3} = 10\frac{2}{3} (\text{ед.}^2)$$

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1.1. $f(x) = 16 - x^2, f(x) = 0$.

1.2. $f(x) = 1 + x^2, y = 2$.

1.3. $f(x) = (x-1)^2, y = 0, x = 3$.

1.4. $f(x) = 5 \cos x, f(x) = 3 \cos x$.

1.5. $f(x) = x^2 + 2, f(x) = 3x + 2$.

Вариант 2

1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

1.1. $f(x) = 9 - x^2, f(x) = 0$.

1.2. $f(x) = 3 + x^2, y = 4$.

1.3. $f(x) = (x-2)^2, y = 0, x = 3$.

1.4. $f(x) = 5 \sin x, f(x) = 3 \sin x$.

1.5. $f(x) = x^2 + 3, f(x) = 2x + 3$.

Тема 11. Элементы теории вероятностей

и математической статистики

Самостоятельная работа № 45

Решение задач по теории вероятностей

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций

2. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
3. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
- 4.Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-е изд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

- 1 http://abkov.ru/ege/2011-B/reshenie_zadach_po_teorii_veroyatnostey-S1.pdf
- 2 http://zyurvas.narod.ru/knyhy2/Kolemayev_tv_vprimerah.pdf
- 3 http://kafvmsrv.mpei.ac.ru/MM/%D2%E8%EF_%F0%E0%F1%F7_%E2%E5%F0.pdf
- 4 http://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=tv

Время на выполнение – 4 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- решить задачи по теории вероятностей

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,

-рассмотреть материал по теории вероятностей, решить предложенные задачи

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме «Теория вероятностей»

2. Изучите материал по данной теме в других источниках информации
3. Решите предложенные задачи.

Задания для самостоятельной работы

Решите задачи:

Вариант 1 –задачи № 1, 3, 5

Вариант 2 – задачи № 2, 4, 5

Задачи на классическое определение вероятности

Задача 1. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает её наугад. Определить вероятность того, что ему придётся звонить не более чем в 3 места.

Задача 2. Абонент забыл последние 2 цифры телефонного номера, но помнит, что они различны и образуют двузначное число, меньшее 30. С учетом этого он набирает наугад 2 цифры. Найти вероятность того, что это будут нужные цифры.

Задача 3. Шесть шаров случайным образом раскладывают в три ящика. Найти вероятность того, что во всех ящиках окажется разное число шаров, при условии, что все ящики не пустые.

Задача 4. На шахматную доску случайным образом поставлены две ладьи. Какова вероятность, что они не будут бить одна другую?

Задача 5. Шесть рукописей случайно раскладывают по пяти папкам. Какова вероятность того, что ровно одна папка останется пустой?

Задачи на сложение и умножение вероятностей

Задача 1. Экспедиция издательства отправила газеты в три почтовых отделения. Вероятность своевременной доставки газет в первое отделение равна 0,95, во второе - 0,9, в третье - 0,8. Найти вероятность следующих событий:
а) только одно отделение получит газеты вовремя;
б) хотя бы одно отделение получит газеты с опозданием.

Задача 2. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.

Задача 3. Вероятность хотя бы одного попадания в цель при четырех выстрелах равна 0,9984. Найти вероятность попадания в цель при одном выстреле.

Задача 4. В первой урне находятся 10 белых и 4 черных шаров, а во второй 5 белых и 9 черных шаров. Из каждой урны вынули по шару. Какова вероятность того, что оба шара окажутся черными?

Задача 5. Трое учащихся на экзамене независимо друг от друга решают одну и ту же задачу. Вероятности ее решения этими учащимися равны 0,8, 0,7 и 0,6 соответственно. Найдите вероятность того, что хотя бы один учащийся решит задачу.

Задачи на применение формулы полной вероятности и формулы Байеса

Задача 1. Из 1000 ламп 380 принадлежат к 1 партии, 270 – ко второй партии, остальные к третьей. В первой партии 4% брака, во второй - 3%, в третьей – 6%. Наудачу выбирается одна лампа. Определить вероятность того, что выбранная лампа – бракованная.

Задача 2. Из 30 стрелков 12 попадает в цель с вероятностью 0,6, 8 - с вероятностью 0,5 и 10 – с вероятностью 0,7. Наудачу выбранный стрелок произвел выстрел, поразив цель. К какой из групп вероятнее всего принадлежал этот стрелок?

Задача 3. Сотрудники отдела маркетинга полагают, что в ближайшее время ожидается рост спроса на продукцию фирмы. Вероятность этого они оценивают в 80%. Консультационная фирма, занимающаяся прогнозом рыночной ситуации, подтвердила предположение о росте спроса. Положительные прогнозы консультационной фирмы сбываются с вероятностью 95%, а отрицательные – с вероятностью 99%. Какова вероятность того, что рост спроса действительно произойдет?

Задача 4. В группе спортсменов лыжников в 2 раза больше, чем бегунов, а бегунов в 3 раза больше, чем велосипедистов. Вероятность выполнить норму для лыжника 0,9, для бегуна 0,75, для велосипедиста - 0,8. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наугад, выполнит норму.

Задача 5. В двух урнах находится соответственно 4 и 5 белых и 6 и 3 чёрных шаров. Из каждой урны наудачу извлекается один шар, а затем из этих двух наудачу берется один. Какова вероятность, что это будет белый шар?

Самостоятельная работа № 46

Решение задач по теме

«Средние значения и их применение в статистике»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

- 1 Конспекты лекций
- 2 Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
- 3 Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
- 4 Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

- 1 <http://www.grandars.ru/student/statistika/srednie-velichiny.html>
- 2 http://studopedia.su/1_52204_sushchnost-i-znachenie-srednih-velichin-v-statistike-vidi-srednih-velichin.html
- 3 <http://www.aup.ru/books/m81/5.htm>

Время на выполнение – 4 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Средние значения и их применение в статистике»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- рассмотреть средние статистические значения и их применение
- решить задачи для самостоятельного решения

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием.

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме «Средние значения и их применение в статистике»
2. Изучите материал по данной теме в других источниках информации
3. Прочитайте теоретический материал, приведенный ниже
4. Решите предложенные задачи

Теоретический материал

Виды средних величин

В статистике используют различные виды средних величин, которые делятся на два больших класса:

- степенные средние (средняя гармоническая, средняя геометрическая, средняя арифметическая, средняя квадратическая, средняя кубическая);
- структурные средние (мода, медиана).

Для вычисления *степенных средних* необходимо использовать все имеющиеся значения признака. *Мода* и *медиана* определяются лишь структурой распределения, поэтому их называют структурными, позиционными средними. Медиану и моду часто

используют как среднюю характеристику в тех совокупностях, где расчет средней степенной невозможен или нецелесообразен.

Самый распространенный вид средней величины – средняя арифметическая. Под *средней арифметической* понимается такое значение признака, которое имела бы каждая единица совокупности, если бы общий итог всех значений признака был распределен равномерно между всеми единицами совокупности. Вычисление данной величины сводится к суммированию всех значений варьирующего признака и делению полученной суммы на общее количество единиц совокупности. Например, пять рабочих выполняли заказ на изготовление деталей, при этом первый изготовил 5 деталей, второй – 7, третий – 4, четвертый – 10, пятый – 12. Поскольку в исходных данных значение каждого варианта встречалось только один раз, для определения средней выработки одного рабочего следует применить формулу простой средней арифметической:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n},$$

т. е. в нашем примере средняя выработка одного рабочего равна

$$\bar{x} = \frac{5+7+4+10+12}{5} = 7,6 \text{ шт.}$$

Наряду с простой средней арифметической изучают *среднюю арифметическую взвешенную*. Например, рассчитаем средний возраст студентов в группе из 20 человек, возраст которых варьируется от 18 до 22 лет, где x_i – варианты осредняемого признака, f_i – частота, которая показывает, сколько раз встречается i -е значение в совокупности (табл. 1).

Таблица 1

Средний возраст студентов

Возраст, x_i	18	19	20	21	22
Число студентов, f_i	2	11	5	1	1

Применяя формулу средней арифметической взвешенной, получаем:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i};$$

$$\bar{x} = \frac{18 \cdot 2 + 19 \cdot 11 + 20 \cdot 5 + 21 \cdot 1 + 22 \cdot 1}{2 + 11 + 5 + 1 + 1} = 19,4.$$

Для выбора средней арифметической взвешенной существует определенное правило: если имеется ряд данных по двум показателям, для одного из которых надо вычислить среднюю величину, и при этом известны численные значения знаменателя ее логической формулы, а значения числителя неизвестны, но могут быть найдены как произведение этих показателей, то средняя величина должна высчитываться по формуле средней арифметической взвешенной.

В некоторых случаях характер исходных статистических данных таков, что расчет средней арифметической теряет смысл и единственным обобщающим показателем может служить только другой вид средней величины – *средняя гармоническая*. В настоящее время вычислительные свойства средней арифметической потеряли свою актуальность при расчете обобщающих статистических показателей в связи с повсеместным внедрением электронно-вычислительной техники. Большое практическое значение приобрела средняя гармоническая величина, которая тоже бывает простой и взвешенной. Если известны численные значения числителя логической формулы, а значения знаменателя неизвестны, но могут быть найдены как частное деление одного показателя

на другой, то средняя величина вычисляется по формуле средней гармонической взвешенной.

Например, пусть известно, что автомобиль прошел первые 210 км со скоростью 70 км/ч, а оставшиеся 150 км со скоростью 75 км/ч. Определить среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути в 360 км, используя формулу средней арифметической, нельзя. Так как вариантами являются скорости на отдельных участках $x_j = 70$ км/ч и $x_2 = 75$ км/ч, а весами (f_i) считаются соответствующие отрезки пути, то произведения вариантов на веса не будут иметь ни физического, ни экономического смысла. В данном случае смысл приобретают частные от деления отрезков пути на соответствующие скорости (варианты x_i), т. е. затраты времени на прохождение отдельных участков пути (f_i/x_i). Если отрезки пути обозначить через f_i , то весь путь выразится как $\sum f_i$, а время, затраченное на весь путь, – как $\sum f_i/x_i$. Тогда средняя скорость может быть найдена как частное от деления всего пути на общие затраты времени:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{x_i}}.$$

В нашем примере получим:

$$\bar{x} = \frac{210 + 150}{\frac{210}{70} + \frac{150}{75}} = 72 \text{ км / ч.}$$

Если при использовании средней гармонической веса всех вариантов (f) равны, то вместо взвешенной можно использовать простую (невзвешенную) среднюю гармоническую:

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i}{\sum \frac{f_i}{x_i}} = \frac{1 + 1 + \dots + 1}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}},$$

где x_i – отдельные варианты; n – число вариантов осредняемого признака. В примере со скоростью простую среднюю гармоническую можно было бы применить, если бы были равны отрезки пути, пройденные с разной скоростью.

Любая средняя величина должна вычисляться так, чтобы при замене ею каждого варианта осредняемого признака не изменялась величина некоторого итогового, обобщающего показателя, который связан с осредняемым показателем. Так, при замене фактических скоростей на отдельных отрезках пути их средней величиной (средней скоростью) не должно измениться общее расстояние.

Форма (формула) средней величины определяется характером (механизмом) взаимосвязи этого итогового показателя с осредняемым, поэтому итоговый показатель, величина которого не должна изменяться при замене вариантов их средней величиной, называется *определяющим показателем*. Для вывода формулы средней нужно составить и решить уравнение, используя взаимосвязь осредняемого показателя с определяющим. Это уравнение строится путем замены вариантов осредняемого признака (показателя) их средней величиной.

Кроме средней арифметической и средней гармонической в статистике используются и другие виды (формы) средней величины. Все они являются частными случаями *степенной средней*. Если рассчитывать все виды степенных средних величин для одних и тех же данных, то значения их окажутся одинаковыми, здесь действует правило *мажорантности* средних. С увеличением показателя степени средних

увеличивается и сама средняя величина. Наиболее часто применяемые в практических исследованиях формулы вычисления различных видов степенных средних величин представлены в табл. 2.

Таблица 2

Виды степенных средних

Вид степенной средней	Показатель степени	Формула расчета	
		простая	взвешенная
Гармоническая	-1	$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$	$\bar{x} = \frac{\sum m}{\sum \frac{m}{x}}$, где $m = x \cdot f$
Геометрическая	0	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_n}$	$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}}$
Арифметическая	1	$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$	$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$
Квадратическая	2	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}$
Кубическая	3	$\bar{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3}{n}}$	$\bar{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3 f}{\sum f}}$

Средняя геометрическая применяется, когда имеется n коэффициентов роста, при этом индивидуальные значения признака представляют собой, как правило, относительные величины динамики, построенные в виде цепных величин, как отношение к предыдущему уровню каждого уровня в ряду динамики. Средняя характеризует, таким образом, средний коэффициент роста. *Средняя геометрическая простая* рассчитывается по формуле

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_n}.$$

Формула *средней геометрической взвешенной* имеет следующий вид:

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1^{f_1} \cdot x_2^{f_2} \cdot \dots \cdot x_n^{f_n}}.$$

Приведенные формулы идентичны, но одна применяется при текущих коэффициентах или темпах роста, а вторая – при абсолютных значениях уровней ряда.

Средняя квадратическая применяется при расчете с величинами квадратных функций, используется для измерения степени колеблемости индивидуальных значений признака вокруг средней арифметической в рядах распределения и вычисляется по формуле

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}.$$

Средняя квадратическая взвешенная рассчитывается по другой формуле:

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum x^2 f}{\sum f}}.$$

Средняя кубическая применяется при расчете с величинами кубических функций и вычисляется по формуле

$$\bar{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3}{n}},$$

средняя кубическая взвешенная:

$$\bar{x} = \sqrt[3]{\frac{\sum x^3 f}{\sum f}}.$$

Все рассмотренные выше средние величины могут быть представлены в виде общей формулы:

$$\bar{x} = \left(\frac{\sum x^k}{n} \right)^{\frac{1}{k}},$$

где \bar{x} – средняя величина; x – индивидуальное значение; n – число единиц изучаемой совокупности; k – показатель степени, определяющий вид средней.

При использовании одних и тех же исходных данных, чем больше k в общей формуле степенной средней, тем больше средняя величина. Из этого следует, что между величинами степенных средних существует закономерное соотношение:

$$\bar{x}_{\text{гарм.}} < \bar{x}_{\text{геом.}} < \bar{x}_{\text{ариф.}} < \bar{x}_{\text{квadr.}} < \bar{x}_{\text{куб.}}$$

Средние величины, описанные выше, дают обобщенное представление об изучаемой совокупности и с этой точки зрения их теоретическое, прикладное и познавательное значение бесспорно. Но бывает, что величина средней не совпадает ни с одним из реально существующих вариантов, поэтому кроме рассмотренных средних в статистическом анализе целесообразно использовать величины конкретных вариантов, занимающие в упорядоченном (ранжированном) ряду значений признака вполне определенное положение. Среди таких величин наиболее употребительными являются *структурные*, или *описательные*, *средние* – мода (Мо) и медиана (Ме).

Мода – величина признака, которая чаще всего встречается в данной совокупности. Применительно к вариационному ряду модой является наиболее часто встречающееся значение ранжированного ряда, т. е. вариант, обладающий наибольшей частотой. Мода может применяться при определении магазинов, которые чаще посещаются, наиболее распространенной цены на какой-либо товар. Она показывает размер признака, свойственный значительной части совокупности, и определяется по формуле

$$M_0 = x_0 + h \frac{f_m - f_{m-1}}{(f_m - f_{m-1}) + (f_m - f_{m+1})},$$

где x_0 – нижняя граница интервала; h – величина интервала; f_m – частота интервала; f_{m-1} – частота предшествующего интервала; f_{m+1} – частота следующего интервала.

Медианой называется вариант, расположенный в центре ранжированного ряда. Медиана делит ряд на две равные части таким образом, что по обе стороны от нее находится одинаковое количество единиц совокупности. При этом у одной половины единиц совокупности значение варьирующего признака меньше медианы, у другой – больше ее. Медиана используется при изучении элемента, значение которого больше или равно или одновременно меньше или равно половине элементов ряда распределения.

Медиана дает общее представление о том, где сосредоточены значения признака, иными словами, где находится их центр.

Описательный характер медианы проявляется в том, что она характеризует количественную границу значений варьирующего признака, которыми обладает половина единиц совокупности. Задача нахождения медианы для дискретного вариационного ряда решается просто. Если всем единицам ряда придать порядковые номера, то порядковый номер медианного варианта определяется как $(n + 1) / 2$ с нечетным числом членов n . Если же количество членов ряда является четным числом, то медианой будет являться среднее значение двух вариантов, имеющих порядковые номера $n / 2$ и $n / 2 + 1$.

При определении медианы в интервальных вариационных рядах сначала определяется интервал, в котором она находится (медианный интервал). Этот интервал характерен тем, что его накопленная сумма частот равна или превышает полусумму всех частот ряда. Расчет медианы интервального вариационного ряда производится по формуле

$$M_0 = x_0 + h \frac{\frac{\sum f}{2} - \int_{m-1}}{f_m},$$

где X_0 – нижняя граница интервала; h – величина интервала; f_m – частота интервала; \int – число членов ряда;

\int_{m-1} – сумма накопленных членов ряда, предшествующих данному.

Наряду с медианой для более полной характеристики структуры изучаемой совокупности применяют и другие значения вариантов, занимающих в ранжированном ряду вполне определенное положение. К ним относятся *квартили* и *децили*. Квартили делят ряд по сумме частот на 4 равные части, а децили – на 10 равных частей. Квартилей насчитывается три, а децилей – девять.

Медиана и мода в отличие от средней арифметической не погашают индивидуальных различий в значениях варьирующего признака и поэтому являются дополнительными и очень важными характеристиками статистической совокупности. На практике они часто используются вместо средней либо наряду с ней. Особенно целесообразно вычислять медиану и моду в тех случаях, когда изучаемая совокупность содержит некоторое количество единиц с очень большим или очень малым значением варьирующего признака. Эти, не очень характерные для совокупности значения вариантов, влияя на величину средней арифметической, не влияют на значения медианы и моды, что делает последние очень ценными для экономико-статистического анализа показателями.

Задания для самостоятельной работы

Решите задачи:

Вариант 1

№ 1. Дан отрывок из произведения А.С.Пушкина «Капитанская дочка»:

«Вскоре все заговорили о Пугачеве. Толки были различны. Комендант послал урядника с поручением разведать хорошенько обо всем по соседним селениям и крепостям. Урядник возвратился через два дня и объявил, что в степи верст за шестьдесят от крепости он видел множество огней и слышал от башкирцев, что идет несметная сила. Впрочем не мог он сказать ничего положительного, потому что ехать дальше побоялся.»

1. Постройте график встречаемости буквы «о» в предложениях отрывка.
2. Рассчитайте среднее значение встречаемости буквы «о» в предложениях отрывка и размах.
3. Постройте круговую диаграмму, показывающую долю буквы «о» во всем тексте.

№ 2. На фирме работает 39 человек. Проведено исследование числа рабочих дней, пропущенных каждым работником фирмы в течение месяца. Результаты таковы:

0,1,3,0,2,3,5,7,3,5,2,10,7,5,0,2,5,10,5,3,1,9,15,10,1,0,2,3,5,7,7,6,5,3,0,7,10,13,0.

Составить интервальный вариационный ряд. Построить гистограмму распределения случайной величины числа пропущенных рабочих дней. Вычислить среднее арифметическое, размах, моду и медиану.

№ 3. В таблицу занесены оценки за технику и за артистизм по фигурному катанию, выставленные судьями.

За технику	4,3	5,1	4,7	5,3	5,5	4,8	4,9	5,6	4,8	5,2
За артистизм	4,6	5,0	4,8	5,5	5,6	4,9	5,1	5,3	5,0	5,5

На основании полученных данных построить поле корреляции и вычислить коэффициент корреляции.

Вариант 2

№ 1. Дан отрывок из произведения А.С.Пушкина «Капитанская дочка»:

«Вскоре все заговорили о Пугачеве. Толки были различны. Комендант послал урядника с поручением разведать хорошенько обо всем по соседним селениям и крепостям. Урядник возвратился через два дня и объявил, что в степи верст за шестьдесят от крепости он видел множество огней и слышал от башкирцев, что идет несметная сила. Впрочем не мог он сказать ничего положительного, потому что ехать дальше побоялся.»

1. Постройте график встречаемости буквы «е» в предложениях отрывка.
2. Рассчитайте среднее значение встречаемости буквы «е» в предложениях отрывка и размах.
3. Постройте круговую диаграмму, показывающую долю буквы «е» во всем тексте.

№2. В ходе проведения эксперимента получен следующий набор данных:

32,26,16,44,28,40,30,31,17,30,37,32,42,31,36,49,35,21,25,40,27,25,33,34,27,43,19,23,36,48,31,35,43,32,26,35,33, 45,19,22,28,49,23,32,33,27,43,35,23,44.

Составить интервальный ряд, выбрав число частичных интервалов равное 7. Построить гистограмму распределения случайной величины. Вычислить среднее арифметическое, размах, моду и медиану.

№ 3. В таблицу занесены оценки за технику и за артистизм по фигурному катанию, выставленные судьями.

За технику	4,8	5,2	4,2	5,3	5,5	4,4	4,9	5,0	4,8	5,7
За артистизм	4,9	5,1	4,5	5,5	5,5	4,9	5,1	5,3	5,0	5,9

На основании полученных данных построить поле корреляции и вычислить коэффициент корреляции.

Образец решения.

№ 1. Дан отрывок из произведения А.С.Пушкина «Капитанская дочка»:

«Вскоре все заговорили о Пугачеве. Толки были различны. Комендант послал урядника с поручением разведать хорошенько обо всем по соседним селениям и крепостям. Урядник возвратился через два дня и объявил, что в степи верст за шестьдесят от крепости он видел множество огней и слышал от башкирцев, что идет несметная сила. Впрочем не мог он сказать ничего положительного, потому что ехать дальше побоялся.»

1. Постройте график встречаемости буквы «а» в предложениях отрывка.

2. Рассчитайте среднее значение встречаемости буквы «а» в предложениях отрывка и размах.

3. Постройте круговую диаграмму, показывающую долю буквы «а» во всем тексте.

Решение:

Номер предложения	1	2	3	4	5	Всего :
Количество букв в предложении	28	17	88	132	69	334
Количество букв «а» в предложении	2	1	5	6	4	18
Доля букв «а»	0,07	0,06	0,06	0,05	0,06	0,05

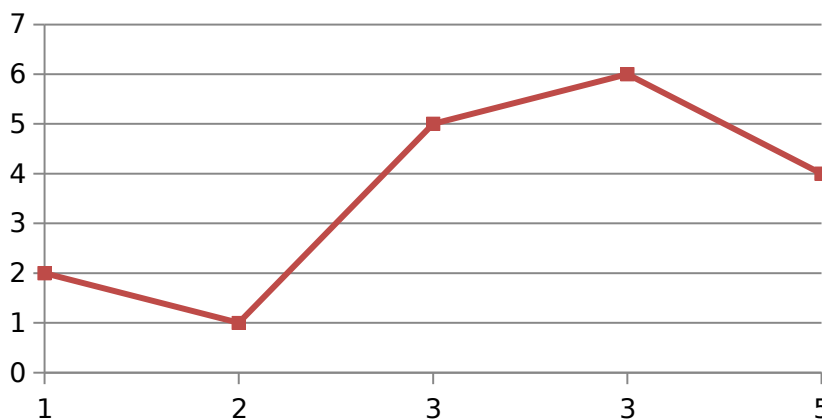


Рисунок 1 график встречаемости буквы «а» в предложениях

2. Рассчитаем среднее значение встречаемости буквы «а» в предложениях отрывка и размах.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{18}{5} = 3,6$$

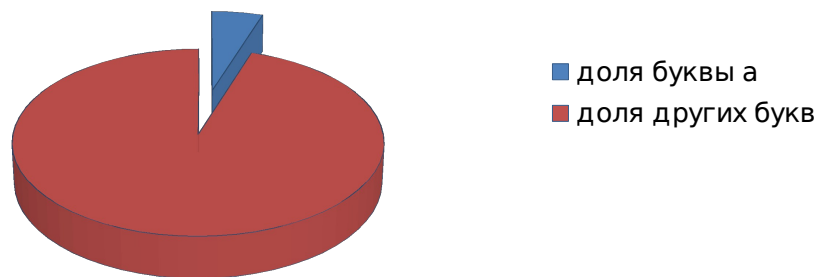
букв.

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 6 - 1 = 5$$

Размах: .

3. Построим круговую диаграмму, показывающую долю буквы «о» во всем тексте.

доля буквы а



Тема 12. Уравнения и неравенства

Самостоятельная работа № 47

Написать конспект по теме

«Основные приемы решения уравнений»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://www.yaklass.ru/p/algebra/11-klass/uravneniia-i-neravenstva-9121/obshchie-metody-resheniia-uravnenii-9119>
2. <http://www.myshared.ru/slide/418079/>
3. http://mathematichka.ru/ege/problems/problem_B7P1.html

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- конспект «Основные приемы решения уравнений»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- написать конспект по теме «Основные приемы решения уравнений»

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Отсутствует система в изложении материала, текст большей частью просто переписан в форме цитат. Допущены 2-3 ошибки при ответе на вопросы.
2	высокий	Основные требования к конспекту выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в изложении материала. Правильно даны ответы на вопросы.
3	оптимальный	Выполнены все требования к написанию конспекта: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала. Правильно даны ответы на вопросы.

Форма представления работы: конспект

Перечень заданий:

1. Прочитайте материал по теме «Основные приемы решения уравнений» в учебнике Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. – М.: издательский центр «Академия», 2012 стр 231-235
2. Повторите методические рекомендации по написанию конспекта (приложение 3)
3. Напишите конспект по заданной теме.

Самостоятельная работа № 48

Решение уравнений и систем уравнений

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015 – 395с

Интернет-ресурсы:

1. http://school.xvatit.com/index.php?title=%CC%E5%F2%EE%E4%FB_%F0%E5%F8%E5%ED%E8%FF_%F1%E8%F1%F2%E5%EC_%F3%F0%E0%E2%ED%E5%ED%E8%E9
2. http://free.megacampus.ru/xbookM0001/index.html?go=part-020*page.htm
3. http://kontromat.ru/?page_id=4407
4. http://fizmat.by/math/set_equations/system_linear
5. http://mathematchka.ru/ege/problems/problem_B7P1.html

Время на выполнение – 4 часа

По итогам выполнения обучающийся должен представить:

- выполненное задание по теме «Решение уравнений и систем уравнений»

В процессе выполнения работы студент должен:

- посмотреть литературу по указанной теме,

- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекций по теме «Решение уравнений и систем уравнений»
2. Прочитайте материал по этой теме в других источниках
3. Решите предложенные уравнения и систему уравнений.

Задания для самостоятельной работы

Вариант 1

1 Решить уравнение :

$$\frac{4x^2+8x-5}{x+1}=0$$

2 Решить иррациональное уравнение:

$$4\sqrt{x+1}=2x+2$$

3 Решить иррациональное уравнение:

$$\sqrt{-x^2+6x-5}=8-2x$$

4 Решить показательное уравнение:

$$0,3^{6x-1}-0,3^{6x}=0,7$$

5 Решить показательное уравнение:

$$2^{x-1}+2^x=2^{x+1}-4$$

6 Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3(x+1)+2(y-2)=20, \\ x+2y=4. \end{cases}$$

Вариант 2

1 Решить уравнение:

$$x+2=\frac{4}{1-x}$$

2 Решить иррациональное уравнение:

$$\sqrt{6-4x-x^2}=x+4$$

3 Решить иррациональное уравнение:

$$\sqrt{4x-8}=x-5$$

4 Решить показательное уравнение:

$$2^x+2^{x+2}=20$$

5 Решить показательное уравнение:

$$2^{x-1} = \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{x}}$$

6 Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 2y = 6, \\ 3x^2 - xy + 4y^2 = 48. \end{cases}$$

Самостоятельная работа № 48

Написать конспект по теме

«Основные методы решения неравенств»

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/neraven/vved/vvedenie.htm>
2. <https://sites.google.com/a/ssga.ru/ssga4school/matematika/tema-4>

Время на выполнение – 2 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- конспект по теме «Основные методы решения неравенств»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме.
- написать конспект по теме «Основные методы решения неравенств»

Критерии оценки результата

Уровни освоения		Характеристика уровня
1	допустимый	Отсутствует система в изложении материала, текст большей частью просто переписан в форме цитат. Допущены 2-3 ошибки при ответе на вопросы.
2	высокий	Основные требования к конспекту выполнены, но при этом допущены недочёты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в изложении материала. Правильно даны ответы на вопросы.
3	оптимальный	Выполнены все требования к написанию конспекта: тема освещена полностью, в полном объеме, записи сделаны четко, ясно; записи распределяются в определенной последовательности, отвечающей логической структуре изложения материала. Правильно даны ответы на вопросы.

Форма представления работы: конспект

Перечень заданий:

1. Повторите материал лекции «Решение неравенств и систем неравенств»
2. Прочитайте теоретический материал, приведенный ниже.
3. Повторите методические рекомендации по написанию конспекта.
4. Напишите конспект теоретического материала, приведенного ниже.

Задания для самостоятельной работы

Прочитайте и напишите конспект

Теоретический материал

Неравенством называется запись, в которой функции соединены знаком (или несколькими знаками) отношения " $>$ ", " $<$ ", " \leq ", " \geq ".

Неравенства, содержащие два знака отношения, называются двойными, три знака отношения — тройными и т.п. Примеры таких неравенств:

$$f(x) > g(x),$$

$$f(x) < g(x),$$

$$f(x) \leq g(x),$$

$$f(x) \geq g(x).$$

$f(x) < h(x) < g(x)$ это пример двойного неравенства.

Неравенства $f(x) > g(x)$, $f(x) < g(x)$, называются строгими, а неравенства $f(x) \leq g(x)$, $f(x) \geq g(x)$ — нестрогими.

Решением неравенства, называется всякое значение переменной, при котором данное неравенство верно. Например, решением неравенства $f(x) > g(x)$ является всякое значение переменной $x = a$, при котором справедливо неравенство $f(a) > g(a)$, или функция $f(x)$ при $x = a$ принимает большее значение чем функция $g(x)$.

Задание "решить неравенство" означает, что требуется найти множество всех его решений. Это множество может оказаться пустым — в случае, когда решений нет. Множество всех решений неравенства будем называть его ответом.

Неравенство **В** называется следствием неравенства **А**, если всякое решение **А** является решением неравенства **В**. В этом случае используется запись $A \rightarrow B$. Два неравенства **А** и **В** называются равносильными (или эквивалентными) пишем $A \leftrightarrow B$ либо $A \sim B$, если их ответы совпадают. Если $A \rightarrow B$ и $B \rightarrow A$, то неравенства **А** и **В** эквивалентны.

Запись нескольких неравенств под знаком фигурной скобки называется системой (число и вид неравенств, входящих в систему, может быть произвольным). Решение системы неравенств есть пересечение решений всех входящих в нее неравенств. Двойное неравенство $f(x) < g(x) < h(x)$ можно записать в виде системы:

$$\begin{cases} f(x) < g(x), \\ g(x) < h(x). \end{cases}$$

Запись нескольких неравенств, объединенных квадратной скобкой, называется совокупностью данных неравенств. Решение совокупности есть объединение решений входящих в нее неравенств.

$$\frac{x-1}{x+1} > 0,$$

Пример 1. Решить неравенство $\frac{x-1}{x+1} > 0$.

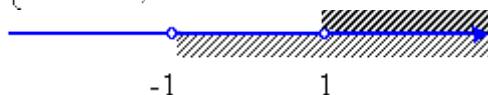
Решение.

Частное двух чисел положительно в том случае, когда и делимое, и делитель положительны, или они отрицательны. Опираясь на это утверждение составим совокупность двух систем неравенств.

$$\begin{cases} x-1 > 0, \\ x+1 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x-1 < 0, \\ x+1 < 0; \end{cases}$$

Сначала решим систему неравенств

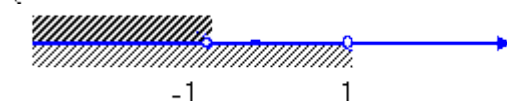
$$\begin{cases} x-1 > 0, \\ x+1 > 0; \end{cases}$$



Первая система равносильна неравенству $x > 1$.

Теперь, решаем систему неравенств:

$$\begin{cases} x-1 < 0, \\ x+1 < 0; \end{cases}$$



Вторая система равносильна неравенству $x < -1$.

Решение (множество значений переменной обращающих данное неравенство в истинное числовое неравенство) искомого неравенства можно записать несколькими способами:

- 1) $x > 1$ и $x < -1$.
- 2) $\begin{cases} x < -1, \\ x > 1. \end{cases}$
- 3) $x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

Сформулируем несколько часто используемых при отыскании решений свойств неравенств, все они уже знакомы Вам.

1. К обеим частям неравенства можно прибавить одну и ту же функцию определенную в ОДЗ данного неравенства. Если $f(x) > g(x)$ и $h(x)$ - любая функция определенная в ОДЗ данного неравенства, то $f(x) + h(x) > g(x) + h(x)$

2. Если обе части неравенства умножить на положительную функцию, определенную в ОДЗ данного неравенства (или на положительное число), то получим неравенство, равносильное исходному неравенству:

если $f(x) > g(x)$ и $h(x) > 0$, то $f(x)h(x) > g(x)h(x)$

3. Если обе части неравенства умножить на отрицательную функцию, определенную в ОДЗ данного неравенства (или на отрицательное число) и знак неравенства изменить на противоположный, то полученное неравенство эквивалентно данному неравенству:

если $f(x) > g(x)$ и $h(x) < 0$, то $f(x)h(x) < g(x)h(x)$

4. Неравенства одинакового смысла можно почленно складывать. Если $f(x) > g(x)$ и $m(x) > h(x)$, то $f(x) + m(x) > g(x) + h(x)$.

5. Неравенства противоположного смысла можно почленно вычитать если $f(x) > g(x)$ и $h(x) < m(x)$, то $f(x) - h(x) < g(x) - m(x)$.

6. Неравенства одного смысла с положительными частями можно почленно умножать.

Если $f(x) > g(x) > 0$ и $m(x) > h(x) > 0$, то $f(x)g(x) > m(x)h(x)$.

7. Неравенства, образованные неотрицательными функциями, можно почленно возводить в положительную степень:

если $f(x) > g(x) > 0$ и $m > 0$, то $(f(x))^m > (g(x))^m$.

Иногда, решая неравенство, приходится переходить к неравенству - следствию, т.е. выполнять неравносильное преобразование (как правило, связанные с расширением ОДЗ): заменить функцию $f(x)$ — $f(x)$ нулем, сократить неравенство $f(x)g(x) > f(x)h(x)$ на общий положительный множитель $f(x)$ и т.п. Решения, найденные в результате этих действий, могут оказаться посторонними. Перед записью ответа их следует "отсечь" посторонние решения.

Пусть **М** – множество допустимых значений переменной x данного неравенства (ОДЗ). **В** – множество найденных решений неравенства. **А** множество решений данного неравенства. Тогда **А** = **В** \cap **М**.

Пример 2 .Решить неравенство $3x + \frac{1}{x-8} > \frac{1}{x-8} + 9$ (1).

Решение.

Вычтем из обеих частей неравенства функцию $\frac{1}{x-8}$ получим неравенство $3x > 9$.

Разделим обе части полученного неравенства на положительное число 3 в результате получим $x > 3$ (2). Выполнив это преобразование, мы заменили неравенство (1) неравенством (2). Эти неравенства не равносильны. (1) \rightarrow (2).

$M = (-\infty; 8) \cup (8; +\infty)$ - ОДЗ неравенства (1).

$V = (3; +\infty)$ - это решение неравенства (2).

Найдем множество решений неравенства (1)

$$A = V \cap M = (-\infty; 8) \cup (8; +\infty) \cap (3; +\infty) = (3; 8) \cup (8; +\infty),$$

Ответ: $x \in (3; 8) \cup (8; +\infty)$.

Метод интервалов

Метод интервалов часто используют при решения неравенств. Он позволяет свести решение неравенства $f(x) > 0$ ($<$, $<=$, $>=$) к решению уравнения $f(x) = 0$.

Метод заключается в следующем:

1. Находится ОДЗ неравенства.
2. Неравенство приводится к виду $f(x) > 0$ ($<$, $<=$, $>=$) (т.е. правая часть переносится влево) и упрощается.
3. Решается уравнение $f(x) = 0$.
4. На числовой прямой отмечаются кружками точки, являющиеся корнями этого уравнения. Кружки не закрашиваются, если неравенство строгое, и закрашиваются, если оно нестрогое.
5. Все точки, отмеченные на ОДЗ и ограничивающие его, разбивают это множество на так называемые интервалы знакопостоянства. На каждом таком интервале определяется знак функции $f(x)$.

6. Ответ записывается в виде объединения отдельных множеств, на которых $f(x)$ имеет соответствующий знак. Точки, отмеченные закрашенными кружками, в ответ входят, отмеченные пустыми - нет. Точки ОДЗ, являющиеся граничными, включаются (или не включаются) в ответ после дополнительной проверки.

Метод интервалов основан на том, что непрерывная функция $f(x)$ может изменить знак либо в граничных точках ОДЗ, где она "разрывается", либо проходя через ноль, т.е. в точках, являющиеся корнями уравнения $f(x) = 0$. Ни в каких других точках перемены знака не происходит.

$$\frac{\sqrt{x+1}}{x-5} \geq 0.$$

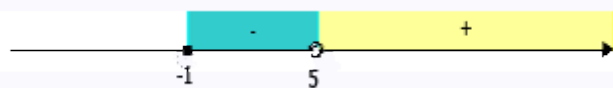
Пример 3. Решить неравенство.

Решение.

$$\begin{cases} x+1 \geq 0, \\ x-5 \neq 0; \end{cases} \text{ откуда имеем } x \in [-1; 5) \cup (5; +\infty)$$

$$\frac{\sqrt{x+1}}{x-5} = 0.$$

Решим уравнение $\frac{\sqrt{x+1}}{x-5} = 0$. Числитель дроби равен 0 при $x = -1$, это и есть корень уравнения. Отметим найденный корень на чертеже (черным кружком, т.к. неравенство нестрогое), предварительно отметив ОДЗ:



Чтобы определить знак на промежутке $(-1; 5)$ возьмем число 0,

$$f(0) = \frac{\sqrt{0+1}}{0-5} = -\frac{1}{5} < 0,$$

Чтобы определить знак на втором промежутке возьмем число 8,

$$f(8) = \frac{\sqrt{8+1}}{8-5} = \frac{3}{3} > 0.$$

Точки 0 и 8 выбирались произвольно, но так, чтобы упростить процесс вычисления каждого значения функции.

Ответ: $(-5; +\infty)$.

Пример 4. Решить неравенство $\frac{1}{x^2 - 8x + 7} > \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 8x + 7}$.

Решение.

Используя свойство частного и определение квадратного корня делаем вывод,

$$\text{что } \begin{cases} x^2 - 8x + 7 \neq 0, \\ x \geq 0; \end{cases} \quad \text{откуда } \begin{cases} x \neq 3, \\ x \neq 5, \\ x \geq 0. \end{cases} \quad \text{ОДЗ: } x \in (0; 1) \cup (1; 7) \cup (7; +\infty)$$

Решим уравнение

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2 - 8x + 7} &= \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 8x + 7}; \\ \frac{1}{x^2 - 8x + 7} - \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 8x + 7} &= 0; \\ \frac{1 - \sqrt{x}}{x^2 - 8x + 7} &= 0; \\ 1 - \sqrt{x} &= 0; \\ x &= 1. \end{aligned}$$

На промежутке $(0; 1)$ возьмем точку $0,5$;

$$f(0,5) = \frac{1 - \sqrt{0,5}}{0,5^2 - 8 \cdot 0,5 + 7} = \frac{\sqrt{1} - \sqrt{0,5}}{0,25 - 4 + 7} > 0;$$

На промежутке $(1; 7)$ возьмем точку 4 ,

$$f(4) = \frac{1 - \sqrt{4}}{4^2 - 8 \cdot 4 + 7} = \frac{-1}{-9} > 0;$$

На промежутке $(7; +\infty)$ возьмем точку 9 ,

$$f(9) = \frac{1 - \sqrt{9}}{9^2 - 8 \cdot 9 + 7} = \frac{-2}{16} < 0;$$

Расставим знаки на координатной прямой.



Таким образом, решением данного неравенства является множество чисел принадлежащих промежутку $(0; 1) \cup (1; 7)$

Эти примеры наглядно демонстрируют, что промежутки знакопостоянства не обязательно чередуются, процесс определения знака на промежутке может оказаться довольно трудной задачей.

Полезно запомнить следующее.

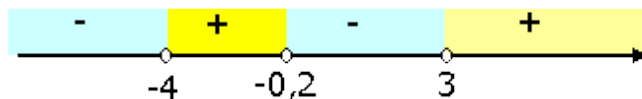
Если функция представляет собой произведение нескольких не повторяющихся множителей, имеющих вид $(ax + b)$, где $a > 0$, то знаки функции на промежутках справа на лево чередуются с "плюса" на "минус"... Если какой-то множитель повторяется четное число раз, то при переходе через эту точку смены знака не происходит. В примере №4 Такой точкой была точка 1

Пример №5. Решить неравенство $(2x - 6)(3x + 12)(5x + 1) < 0$.

Решение.

Нули функции: -4 ; $-0,2$; 3 .

Функция в левой части неравенства представляет собой произведение не повторяющихся множителей, значит знаки этой функции чередуются справа на лево с "+" на "-"



Решение данного неравенства $x \in (-\infty; -4) \cup (-0,2; 3)$.

Самостоятельная работа № 50

Решение неравенств

Литература:

Основные источники:

1. Башмаков М.И. Математика. Учебник для учреждений НПО и СПО. –М.: издательский центр «Академия», 2015
2. Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2014

Дополнительные источники:

1. Конспекты лекций
2. Практические задания, рассмотренные в аудитории.
3. Башмаков М.И. Математика (базовый уровень). 10—11 кл. – М., 2015.
4. Мордкович А.Г. Алгебра, 10-11 класс. Учебник для общеобраз.учреждений, 2-е изд., «Мнемозина», 2014 г. 335с
5. Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика.: учебник для ссузов. 5-еизд.М.: Дрофа, 2015. – 395с

Интернет-ресурсы:

1. <https://sites.google.com/a/ssga.ru/ssga4school/matematika/tema-4>
2. <http://mschool.kubsu.ru/cdo/shabitur/kniga/neraven/vved/vvedenie.htm>
3. <http://alexlarin.net/Abitur/razdel4.html>
4. <http://www.cleverstudents.ru/inequations/index.html>
5. <http://yourtutor.info/%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5-%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%B5%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B2-%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D0%BE%D0%BC-%D0%B8%D0%BD%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B2%D0%B0%D0%BB>

Время на выполнение – 4 часа

По итогам выполнения студент должен представить:

- выполненное задание по теме «Решение неравенств»

В процессе выполнения работы студент должен:

- прочитать литературу по указанной теме,
- выполнить предложенные задания

Критерии оценки результата

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

Форма представления работы: тетрадь с выполненным заданием

Перечень заданий:

- 1.Повторите материал лекций по теме «Решение неравенств и систем неравенств»
- 2.Прочитайте материал по этой теме в других источниках
- 3.Решите предложенные неравенства.

Задания для самостоятельной работы

Решите неравенства

Вариант 1	Вариант 2
$2x - 5 \leq 3 + x$	$2 - 5x \geq -3x$
$x + 2 < 5x - 2(x - 3)$	$3(3x - 1) > 2(5x - 7)$
$\frac{2x-1}{4} + \frac{x+3}{3} \leq 0$	$\frac{x-2}{3} + \frac{x+3}{2} < 0$
$\sqrt{x-1} < 4$	$\sqrt{x-1} > 4$
$\frac{(5-x)(x-11)}{x+4} \geq 0$	$\frac{(7-x)(6-x)}{x+1} \leq 0$
$\left(\frac{7}{5}\right)^{2x-7} \leq \left(\frac{7}{5}\right)^{2-x}$	$\left(\frac{9}{4}\right)^{3x-5} \geq \left(\frac{9}{4}\right)^{x+1}$

$\log_{0,5} \frac{x}{x-1} > \log_2 1$	$\log_3(2x^2+x-1) > \log_3 2$
---------------------------------------	-------------------------------

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Структура реферата (ГОСТ)

Реферат включает следующие аспекты содержания исходного документа:

- предмет, тему, цель работы;
- метод или методологию проведения работы;
- результаты работы;
- область применения результатов;
- выводы;
- дополнительную информацию.

Оптимальная последовательность аспектов содержания зависит от назначения реферата. Например, для потребителя, заинтересованного в получении новых научных знаний,

наиболее удобным является изложение результатов работы и выводов в начале текста реферата.

Предмет, тема, цель работы указываются в том случае, если они не ясны из заглавия документа.

Метод или методологию проведения работы целесообразно описывать в том случае, если они отличаются новизной или представляют интерес с точки зрения данной работы. Широко известные методы только называются. В рефератах документов, описывающих экспериментальные работы, указывают источники данных и характер их обработки.

Результаты работы описывают предельно точно и информативно. Приводятся основные теоретические и экспериментальные результаты, фактические данные, обнаруженные взаимосвязи и закономерности. При этом отдается предпочтение новым результатам и данным долгосрочного значения, важным открытиям, выводам, которые опровергают существующие теории, а также данным, которые, по мнению автора документа, имеют практическое значение. Следует указать пределы точности и надежности данных, а также степень их обоснования. Уточняют, являются ли цифровые значения первичными или производными, результатом одного наблюдения или повторных испытаний.

Область применения результатов важно указывать для патентных документов.

Выводы могут сопровождаться рекомендациями, оценками, предложениями, гипотезами, описанными в исходном документе.

Дополнительная информация включает данные, не существенные для основной цели исследования, но имеющие значение вне его основной темы. Кроме того, можно указывать название организации, в которой выполнена работа, сведения об авторе исходного документа, ссылки на ранее опубликованные документы и т.п. При наличии в исходном документе серьезных ошибок и противоречий могут даваться примечания автора реферата и редактора.

Особенности текста реферата

Текст реферата не должен содержать интерпретацию содержания документа, критические замечания и точку зрения автора реферата (кроме положений, указанных в 5.1.7), а также информацию, которой нет в исходном документе.

Текст реферата должен отличаться лаконичностью, четкостью, убедительностью формулировок, отсутствием второстепенной информации.

Текст реферата начинают фразой, в которой сформулирована главная тема документа. Сведения, содержащиеся в заглавии и библиографическом описании, не должны повторяться в тексте реферата. Следует избегать лишних вводных фраз (например, "автор статьи рассматривает..."). Исторические справки, если они не составляют основное содержание документа, описание ранее опубликованных работ и общеизвестные положения, в реферате не приводятся.

В тексте реферата следует употреблять синтаксические конструкции, свойственные языку научных и технических документов, избегать сложных грамматических конструкций.

В тексте реферата следует применять стандартизованную терминологию. В рефератах по общественным наукам допускается использование терминологии исходного документа. Следует избегать употребления малораспространенных терминов или разъяснять их при первом упоминании в тексте.

Необходимо соблюдать единство терминологии в пределах реферата.

В тексте реферата следует применять значимые слова из текста исходного документа для обеспечения автоматизированного поиска.

Сокращения и условные обозначения, кроме общеупотребительных в научных и технических текстах, применяют в исключительных случаях или дают их определения при первом употреблении.

Единицы физических величин следует приводить в международной системе СИ по ГОСТ.

Допускается приводить в круглых скобках рядом с величиной в системе СИ значение величины в системе единиц, использованной в исходном документе.

Имена собственные (фамилии, наименования организаций, изделий и др.) приводят на языке первоисточника. Допускается транскрипция (транслитерация) собственных имен или перевод их на язык реферата с добавлением в скобках при первом упоминании собственного имени в оригинальном написании.

Географические названия следует приводить в соответствии с последним изданием "Атласа мира". При отсутствии данного географического названия в "Атласе мира" его приводят в той же форме, что и в исходном документе.

Таблицы, формулы, чертежи, рисунки, схемы, диаграммы включаются только в случае необходимости, если они раскрывают основное содержание документа и позволяют сократить объем реферата.

Формулы, приводимые неоднократно, могут иметь порядковую нумерацию, причем нумерация формул в реферате может не совпадать с нумерацией формул в оригинале.

Объем текста реферата определяется содержанием документа (количеством сведений, их научной ценностью и/или практическим значением), а также доступностью и языком реферируемого документа.

Рекомендуемый средний объем текста реферата 850 печатных знаков.

В информационных изданиях по общественным наукам объем реферата не регламентируется. В экспресс - информации допускается публикация расширенных рефератов в соответствии с ГОСТ 7.23.

Оформление и расположение текста реферата

Текст реферата может публиковаться вместе с реферируемым документом или входить в состав библиографической записи реферируемого документа.

Библиографическая запись, составной частью которой является текст реферата, включает также:

- заглавие реферата (в соответствии с 5.3.2);
- библиографическое описание реферируемого документа (обязательный элемент) в соответствии с ГОСТ 7.1;
- элементы информационно-поискового языка, используемого для индексирования реферируемого документа в соответствии с ГОСТ 7.59 и ГОСТ 7.66.

Заглавие реферата обычно совпадает с заглавием реферируемого документа в том случае, когда реферат составляется на языке оригинала.

Заглавие реферата отличается от заглавия реферируемого документа в тех случаях, когда: реферат составляют на языке, отличающемся от языка реферируемого документа, тогда заглавие реферата приводят в переводе на язык реферата;

реферат составляют на часть документа, тогда реферату присваивают заглавие данной части документа на языке реферата;

заглавие документа не отражает содержания документа, тогда реферату присваивают новое заглавие на языке реферата;

составляют сводный реферат на несколько документов, тогда реферату присваивают новое заглавие на языке реферата.

В информационных изданиях текст реферата помещают после библиографического описания исходного документа.

В сводных рефератах допускается помещать текст реферата между заглавием реферата и библиографическим описанием исходных документов.

Издательское оформление и расположение рефератов, публикуемых в изданиях, - по ГОСТ 7.4 и ГОСТ 7.5.

Оформление и расположение рефератов на отчеты о НИР - по ГОСТ 7.32.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Методические рекомендации по написанию реферата

Написание реферата является одной из важных форм самостоятельной учебной деятельности. В «Толковом словаре русского языка» дается следующее определение: «реферат – краткое изложение содержания книги, статьи, исследования, а также доклад с таким изложением». В нашем понимании **реферат – это самостоятельное произведение, свидетельствующее о знании литературы по предложенной теме, ее основной проблематики, отражающее точку зрения автора на данную проблему, умение осмысливать явления жизни на основе теоретических знаний.**

Студенты чаще всего испытывают трудности при формулировании цели и задач работы, составлении плана реферата, что приводит к нарушению его структуры.

В процессе работы над рефератом можно выделить 4 этапа:

- ▶ вводный – выбор темы, работа над планом и введением;
- ▶ основной – работа над содержанием и заключением реферата;
- ▶ заключительный – оформление реферата;
- ▶ защита реферата (на экзамене, студенческой конференции и т.д.)

Введение единых требований к форме, структуре рефератов, составленных с учетом пожеланий коллег, должно создать у учащихся четкое представление о реферате как письменном аттестационном испытании и о способах работы над ним.

Выбор темы реферата

Работа над рефератом начинается с выбора темы исследования. Заинтересованность автора в проблеме определяет качество проводимого исследования и соответственно успешность его защиты. Выбирая круг вопросов своей работы, не стоит спешить воспользоваться списком тем, предложенным преподавателем. Надо попытаться сформулировать проблему своего исследования самостоятельно.

При определении темы реферата нужно учитывать и его информационную обеспеченность. С этой целью, во-первых, можно обратиться к библиотечным каталогам, а во-вторых, проконсультироваться с преподавателем и библиотекарем.

Если возникнет необходимость ознакомиться не только с литературой, имеющейся в библиотеке, но и вообще с научными публикациями по определенному вопросу, можно воспользоваться библиографическими указателями. С согласия библиотеки нужные книги и журналы можно выписать по специальному межбиблиотечному абонементу из любой другой библиотеки. Полезно также знать, что ежегодно в последнем номере научного журнала публикуется указатель статей, помещенных в этом журнале за год. Отобрав последние номера журнала за несколько лет, можно разыскать по указателям, а затем найти в соответствующих номерах все статьи по той или иной теме, опубликованные в журнале за эти годы.

Структура реферата включает в себя следующие элементы:

- ✓ титульный лист;
- ✓ содержание;
- ✓ введение;
- ✓ содержание (главы и параграфы);
- ✓ заключение;
- ✓ приложение;
- ✓ список литературы и источников.

Формулирование цели и задач реферата

Выбрав тему реферата и изучив литературу, необходимо сформулировать цель работы и составить план реферата.

Цель – это осознаваемый образ предвосхищаемого результата. Целеполагание характерно только для человеческой деятельности. Возможно, формулировка цели в ходе работы будет меняться, но изначально следует ее обозначить, чтобы ориентироваться на нее в ходе исследования. Определяясь с целью дальнейшей работы, параллельно надо думать над составлением плана: необходимо четко соотносить цель и план работы.

Можно предложить два варианта формулирования цели:

1. Формулирование цели при помощи глаголов: исследовать, изучить, проанализировать, систематизировать, осветить, изложить (представления, сведения), создать, рассмотреть, обобщить и т.д.

Обобщить – сделав вывод, выразить основные результаты в общем положении,
придать общее значение чему-нибудь.

Изучить –

1. Постичь учением, усвоить в процессе обучения
2. Научно исследовать, познать
3. Внимательно наблюдая, ознакомиться, понять

Изложить –

1. Описать, передать устно или письменно
2. Кратко пересказать содержание чего-нибудь

Систематизировать – привести в систему.

Система – определенный порядок в расположении и
связи действий.

2. Формулирование цели с помощью вопросов.

Цель разбивается на задачи – ступеньки в достижении цели.

Задача – то, что требует исполнения, разрешения. Поставить задачу.

Работа над планом

Работу над планом реферата необходимо начать еще на этапе изучения литературы. **План – это точный и краткий перечень положений в том порядке, как они будут расположены в реферате, этапы раскрытия темы.** Черновой набросок плана будет в ходе работы дополняться и изменяться. Существует два основных типа плана: простой и сложный (развернутый). В простом плане содержание реферата делится на параграфы, а в сложном на главы и параграфы. Но как построить грамотно план реферата? Конкретного рецепта здесь не существует, большую роль играет то, как предполагается расставить акценты, как сформулирована тема и цель работы. При описании, например, исторического события можно остановиться на стандартной схеме: причины события, этапы и ход события, итоги и значения исторического события.

При работе над планом реферата необходимо помнить, что формулировка пунктов плана не должна повторять формулировку темы (часть не может равняться целому).

Работа над введением

Введение – одна из составных и важных частей реферата. При работе над введением необходимо опираться на навыки, приобретенные при написании изложений и сочинений. В объеме реферата введение, как правило, составляет 1-2 машинописные страницы. Введение обычно содержит вступление, обоснование актуальности выбранной темы, формулировку цели и задач реферата, краткий обзор литературы и источников по проблеме, историю вопроса и вывод.

Вступление – это 1-2 абзаца, необходимые для начала. Желательно, чтобы вступление было ярким, интригующим, проблемным, а, возможно, тема реферата потребует того, чтобы начать, например, с изложения какого-то определения, типа «политические отношения – это...».

Обоснование актуальности выбранной темы - это, прежде всего, ответ на вопрос: «почему я выбрал(а) эту тему реферата, чем она меня заинтересовала?». Можно и нужно связать тему реферата с современностью.

Краткий обзор литературы и источников по проблеме – в этой части работы над введением необходимо охарактеризовать основные источники и литературу, с которой автор работал, оценить ее полезность, доступность, высказать отношение к этим книгам.

История вопроса – это краткое освещение того круга представлений, которые сложились в науке по данной проблеме и стали автору известны. **Вывод** – это обобщение, которое необходимо делать при завершении работы над введением.

Требования к содержанию реферата

Содержание реферата должно соответствовать теме, полно ее раскрывать. Все рассуждения нужно аргументировать. Реферат показывает личное отношение автора к излагаемому. Следует стремиться к тому, чтобы изложение было ясным, простым, точным и при этом выразительным. При изложении материала необходимо соблюдать общепринятые правила:

- не рекомендуется вести повествование от первого лица единственного числа (такие утверждения лучше выражать в безличной форме);
- при упоминании в тексте фамилий обязательно ставить инициалы перед фамилией;
- каждая глава (параграф) начинается с новой строки;
- при изложении различных точек зрения и научных положений, цитат, выдержек из литературы, необходимо указывать источники, т.е. приводить ссылки.

Правила оформления ссылок

В реферате сведения об использованной литературе приводятся чаще всего в скобках после слов, к которым относятся. В скобках сначала указывается номер книги в списке литературы, а затем через запятую страница. Если ссылка оформляется на цитату из многотомного сочинения, то после номера книги римской цифрой указывается номер тома, а потом номер страницы.

Примеры: (1,145); (4,II,38).

Работа над заключением

Заключение – самостоятельная часть реферата. Оно не должно быть переложением содержания работы. Заключение должно содержать:

- основные выводы в сжатой форме;
- оценку полноты и глубины решения тех вопросов, которые вставали в процессе изучения темы.

Оформление приложения

Приложение помещается после заключения и включает материалы, дополняющие основной текст реферата. Это могут быть таблицы, схемы, фрагменты источников, иллюстрации, фотоматериалы, словарь терминов, афоризмы, изречения, рисунки и т.д.

Примеры оформления:

Приложение 1. Терминологический словарь “Госслужба”.

Приложение 2. Структура деятельности. Схема.

Приложение 3. Реестр государственных должностей

В тексте реферата необходимо делать примечания. Пример: (см. приложение 1, С.21).

Приложение является желательным, но не обязательным элементом реферата.

Правила оформления библиографических списков

Список литературы помещается в конце реферата и пронумеровывается.

Сведения о книгах в списке литературы излагаются в алфавитном порядке. Сведения о книге даются в следующем порядке:

автор (фамилия, инициалы);

название, подзаголовок;

выходные данные (место издания, издательство и год издания).

Пример: Левандовский А.А., Щетинов Ю.А. Россия в XX веке. Учебник. М.: Просвещение, 1997.

Если речь идет о статье, напечатанной в сборнике, журнале или газете, то после автора и названия публикации указываются:

название сборника, журнала, газеты;

место издания и год издания (если сборник);

год, номер журнала или дата выхода газеты, страница.

Пример: Пленков О.Ю. Феномен фашизма: некоторые аспекты интерпретации // Обществознание в школе. – 1999. - №1. – С.10-16.

В библиографическом описании не разрешается сокращать фамилии авторов, а также заглавия книг и статей. Сокращаются только названия городов: Москва (М.), Санкт-Петербург (СПб.). Названия остальных городов пишутся без сокращений.

Если книга издавалась параллельно в двух городах, названия их приводятся через точку с запятой.

Требования к оформлению реферата

Текст работы пишется разборчиво на одной стороне листа (формата А4) с широкими полями слева, страницы пронумеровываются. При изложении материала нужно четко выделять отдельные части (абзацы), главы и параграфы начинать с новой страницы, следует избегать сокращения слов.

Если работа набирается на компьютере, следует придерживаться следующих правил (в дополнение к вышеуказанным):

- набор текста реферата необходимо осуществлять стандартным 12 шрифтом;
- заголовки следует набирать 14 шрифтом (выделять полужирным) ;
- межстрочный интервал полуторный;
- разрешается интервал между абзацами;
- отступ в абзацах 1-2 см.;
- поле левое 2,5 см., остальные 2 см.;
- нумерация страницы снизу или сверху посередине листа;
- объем реферата 5-15 страниц.

Подготовка к защите и порядок защиты реферата

Необходимо заранее подготовить тезисы выступления (план-конспект).

Порядок защиты реферата:

1. Краткое сообщение, характеризующее задачи работы, ее актуальность, полученные результаты, вывод и предложения.
2. Ответы студента на вопросы преподавателя.
3. Отзыв руководителя-консультанта о ходе выполнения работы.

Советы студенту:

На весь ответ на экзамене отводится чаще всего около 15-20 минут. При ответе экзаменатору постарайтесь соблюсти приведенные ниже рекомендации.

- Готовясь к ответу, Вы должны вспомнить материал максимально подробно, и это должно найти отражение в схеме Вашего ответа. Но тут же необходимо выделить главное, что наиболее важно для понимания материала в целом, иначе Вы сможете проговорить все 15-20 минут и не раскрыть существа вопроса. Особенно строго следует отбирать примеры и иллюстрации.
- Вступление должно быть очень кратким – 1-2 фразы (если Вы хотите подчеркнуть при этом важность и сложность данного вопроса, то не говорите, что он сложен и важен, а покажите его сложность и важность).
- Полезно вначале показать свою схему раскрытия вопроса, а уж потом ее детализировать.
- Рассказывать будет легче, если Вы представите себе, что объясняете материал очень способному и хорошо подготовленному человеку, который не знает именно этого раздела, и что при этом Вам обязательно нужно доказать важность данного раздела и заинтересовать в его освоении.
- Строго следите за точностью своих выражений и правильностью употребления терминов.
- Не пытайтесь рассказать побольше за счет ускорения темпа, но и не мямлите.
- Не демонстрируйте излишнего волнения и не напрашивайтесь на сочувствие.

- Будьте особенно внимательны ко всем вопросам преподавателя, к малейшим его замечаниям. Он поможет Вам припомнить новый, дополнительный материал. Воспользуйтесь его поддержкой. И уж ни в коем случае его не перебивайте!
- Не бойтесь дополнительных вопросов – чаще всего преподаватель использует их как один из способов помочь Вам или сэкономить время. Если Вас прервали, а при оценке ставят в вину пропуск важной части материала, не возмущайтесь, а покажите план своего ответа, где эта часть стоит несколько позже того, на чем Вы были прерваны.
- Прежде чем отвечать на дополнительный вопрос, необходимо сначала правильно его понять. Для этого нужно хотя бы немного подумать, иногда переспросить, уточнить: правильно ли Вы поняли поставленный вопрос. И при ответе следует соблюдать тот же принцип экономности мышления, а не высказывать без разбора все, что Вы можете сказать.
- Будьте доброжелательны и тактичны, даже если к ответу Вы не готовы (это вина не преподавателя, а Ваша, и пересдавать экзамен Вы будете тому же преподавателю).
- **В период сдачи экзаменов, как и на спортивных состязаниях, нужна выдержка и воля к победе! Не падайте духом при неудачах! Стремитесь к победе!**

План-график работы над рефератом

Этапы работы	Содержание работы студента	Форма отчетности студента	Срок исполнения	Содержание работы преподавателя
1. Вводный	Выбор темы реферата, поиск и ознакомление с литературой, формулирование цели и задач	Вариант плана, цель и задачи работы, список литературы		Консультация, коррекция деятельности, проверка плана реферата и списка

	работы, составление плана			литературы
2.Основной	Работа над основным содержанием и заключением реферата	Краткие тезисы, подробный план работы, черновые записи		Устное собеседование, индивидуальная консультация, коррекция
3. Заключительный	Оформление реферата	Завершенный реферат		Проверка, рецензирование работы, возврат реферата
4. Защита реферата	Подготовка к защите	Защита реферата		Принятие защиты реферата

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Конспектирование – краткое и последовательное изложение содержания прочитанного.

Конспект – сложный способ изложения содержания книги или статьи в логической последовательности. Конспект аккумулирует в себе предыдущие виды записи, позволяет всесторонне охватить содержание книги, статьи. Поэтому умение составлять план, тезисы, делать выписки и другие записи определяет и технологию составления конспекта.

Методические рекомендации по составлению конспекта:

- 1.Внимательно прочитайте текст. Уточните в справочной литературе непонятные слова. При записи не забудьте вынести справочные данные на поля конспекта;

- 2.Выделите главное, составьте план;
- 3.Кратко сформулируйте основные положения текста, отметьте аргументацию автора;
- 4.Законспектируйте материал, четко следуя пунктам плана. При конспектировании старайтесь выразить мысль своими словами. Записи следует вести четко, ясно.
- 5.Грамотно записывайте цитаты. Цитируя, учитывайте лаконичность, значимость мысли.

В тексте конспекта желательно приводить не только тезисные положения, но и их доказательства. При оформлении конспекта необходимо стремиться к емкости каждого предложения. Мысли автора книги следует излагать кратко, заботясь о стиле и выразительности написанного. Число дополнительных элементов конспекта должно быть логически обоснованным, записи должны распределяться в определенной последовательности, отвечающей логической структуре произведения. Для уточнения и дополнения необходимо оставлять поля.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Методические рекомендации по написанию сообщения:

Сообщение – это сокращенная запись информации, в которой должны быть отражены основные положения текста, сопровождающиеся аргументами, 1–2 самыми яркими и в то же время краткими примерами.

Сообщение составляется по нескольким источникам, связанным между собой одной темой. Вначале изучается тот источник, в котором данная тема изложена наиболее полно и на современном уровне научных и практических достижений. Записанное сообщение дополняется материалом других источников.

Этапы подготовки сообщения:

1. Прочитайте текст.

2. Составьте его развернутый план.
 3. Подумайте, какие части можно сократить так, чтобы содержание было понято правильно и, главное, не исчезло.
 4. Объедините близкие по смыслу части.
 5. В каждой части выделите главное и второстепенное, которое может быть сокращено при конспектировании.
 6. При записи старайтесь сложные предложения заменить простыми.
- Тематическое и смысловое единство сообщения выражается в том, что все его компоненты связаны с темой первоисточника.
- Сообщение должно содержать информацию на 3-5 мин. и сопровождаться презентацией, схемами, рисунками, таблицами и т.д.

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Методические рекомендации по составлению презентаций

Требования к презентации

На первом слайде размещается:

название презентации;

автор: ФИО, группа, название учебного учреждения (соавторы указываются в алфавитном порядке);

год.

На втором слайде указывается содержание работы, которое лучше оформить в виде гиперссылок (для интерактивности презентации).

На последнем слайде указывается список используемой литературы в соответствии с требованиями, интернет-ресурсы указываются в последнюю очередь.

Оформление слайдов	
Стиль	<ul style="list-style-type: none"> – необходимо соблюдать единый стиль оформления; – нужно избегать стилей, которые будут отвлекать от самой презентации; – вспомогательная информация (управляющие кнопки) не должны преобладать над основной информацией (текст, рисунки)
Фон	<ul style="list-style-type: none"> – для фона выбираются более холодные тона (синий или зеленый)
Использование цвета	<ul style="list-style-type: none"> – на одном слайде рекомендуется использовать не более трех цветов: один для фона, один для заголовков, один для текста; – для фона и текста используются контрастные цвета; – особое внимание следует обратить на цвет гиперссылок (до и после использования)
Анимационные эффекты	<ul style="list-style-type: none"> – нужно использовать возможности компьютерной анимации для представления информации на слайде; – не стоит злоупотреблять различными анимационными эффектами; анимационные эффекты не должны отвлекать внимание от содержания информации на слайде
Представление информации	
Содержание информации	<ul style="list-style-type: none"> – следует использовать короткие слова и предложения; – времена глаголов должно быть везде одинаковым; – следует использовать минимум предлогов, наречий, прилагательных; – заголовки должны привлекать внимание аудитории
Расположение информации на странице	<ul style="list-style-type: none"> – предпочтительно горизонтальное расположение информации; – наиболее важная информация должна располагаться в центре экрана; – если на слайде располагается картинка, надпись должна располагаться под ней
Шрифты	<ul style="list-style-type: none"> – для заголовков не менее 24; – для остальной информации не менее 18; – шрифты без засечек легче читать с большого расстояния; – нельзя смешивать разные типы шрифтов в одной презентации; – для выделения информации следует использовать жирный шрифт, курсив или подчеркивание того же типа; – нельзя злоупотреблять прописными буквами (они читаются хуже, чем строчные).
Способы выделения информации	<p>Следует использовать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – рамки, границы, заливку – разные цвета шрифтов, штриховку, стрелки – рисунки, диаграммы, схемы для иллюстрации наиболее важных фактов
Объем информации	<ul style="list-style-type: none"> – не стоит заполнять один слайд слишком большим объемом информации: люди могут одновременно запомнить не более

	<p>трех фактов, выводов, определений.</p> <p>– наибольшая эффективность достигается тогда, когда ключевые пункты отражаются по одному на каждом отдельном слайде.</p>
Виды слайдов	Для обеспечения разнообразия следует использовать разные виды слайдов: с текстом, с таблицами, с диаграммами.

Критерии оценки презентации

Критерии оценки	Содержание оценки
1. Содержательный критерий	правильный выбор темы, знание предмета и свободное владение текстом, грамотное использование научной терминологии, импровизация, речевой этикет
2. Логический критерий	стройное логико-композиционное построение речи, доказательность, аргументированность
3. Речевой критерий	использование языковых (метафоры, фразеологизмы, пословицы, поговорки и т.д.) и неязыковых (поза, манеры и пр.) средств выразительности; фонетическая организация речи, правильность ударения, четкая дикция, логические ударения и пр.
4. Психологический критерий	взаимодействие с аудиторией (прямая и обратная связь), знание и учет законов восприятия речи, использование различных приемов привлечения и активизации внимания
5. Критерий соблюдения дизайн-эргономических требований к компьютерной презентации	соблюдены требования к первому и последним слайдам, прослеживается обоснованная последовательность слайдов и информации на слайдах, необходимое и достаточное количество фото- и видеоматериалов, учет особенностей восприятия графической (иллюстративной) информации, корректное сочетание фона и графики, дизайн презентации не противоречит ее содержанию, грамотное соотношение устного выступления и компьютерного сопровождения, общее впечатление от мультимедийной презентации