Государственное бюджетное профессиональное

образовательное учреждение

Иркутской области

«Тайшетский промышленно-технологический техникум»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**по выполнению самостоятельных работ**

**по учебной дисциплине**

**ЕН 01. Математика**

для студентов по специальности

**23.02.03 Техническое обслуживание и ремонт**

**автомобильного транспорта**

2019

Методические указания по выполнению самостоятельной работы по учебной дисциплине ЕН. 01. «Математика» разработаны на основе рабочей программы учебной дисциплины ЕН.01. «Математика» для специальности среднего профессионального образования подготовки специалистов среднего звена **23.02.03 Техническое обслуживание и ремонт автомобильного транспорта**

**Организация-разработчик:** Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Иркутской области «Тайшетский промышленно-технологический техникум»

**Разработчики:**

Снопкова Ирина Владимировна, преподаватель ГБПОУ ИО ТПТТ

Коробанько Ольга Станиславовна, преподаватель ГБПОУ ИО ТПТТ

Рассмотрено и одобрено на заседании методической комиссии общеобразовательных дисциплин, протокол № 9 от 23. 05. 2019 г.

Председатель МК Описание: подпись 001 И.В.Снопкова

**СОДЕРЖАНИЕ**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **1.** | **Пояснительная записка……………………………………………..** | **4** |
| **2.** | **Тематика самостоятельной работы студентов…………………...** | **6** |
| **3.** | **Литература……………………………………………………………** | **7** |
| **4.** | **Рекомендации по работе с текстом………………………………...** | **7** |
| **5.** | **СРС № 1.** Решение учебных задач по теме: Последовательности, пределы и ряды………………………………………………………. | **8** |
| **6.** | **СРС № 2.**Работа с учебной и справочной литературой……………. | **13** |
| **7.** | **СРС № 3.** Решение учебных задач по теме: Дифференциальное исчисление……………………………………………………………. | **14** |
| **8.** | **СРС № 4.** Работа с учебной и справочной литературой………… | **18** |
| **9.** | **СРС № 5.** Решение учебных задач по теме: Вычисление неопределенных интегралов и площадей плоских фигур…………. | **18** |
| **10.** | **СРС № 6.** Работа с учебной и справочной литературой………… | **23** |
| **11.** | **СРС № 7.** Решение учебных задач по теме: Обыкновенные дифференциальные уравнения в частных производных…………… | **23** |
| **12.** | **СРС № 8.** Работа с учебной и справочной литературой…………. | **27** |
| **13.** | **СРС № 9.** Решение учебных задач по теме: Выполнение типовых расчетов……………………………………………………………….. | **27** |
| **14.** | **СРС № 10.** Работа с учебной и справочной литературой……….. | **31** |
| **15.** | **СРС № 11.** Решение учебных задач по теме: Основы дискретной математики……………………………………………………………. | **31** |
| **16.** | **СРС № 12.** Работа с учебной и справочной литературой | **34** |
| **17.** | **СРС № 13.** Решение учебных задач по теме: Элементы комбинаторики……………………………………………………….. | **35** |
| **18.** | **СРС № 14**. Работа с учебной и справочной литературой…………. | **36** |
| **19.** | **СРС № 15.** Решение учебных задач по теме: Основные понятия теории вероятностей и математической статистики……………….. | **37** |
| **20.** | **СРС № 16.** Работа с учебной и справочной литературой……….. | **42** |

1. **ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Существенное значение при изучении математики имеет самостоятельная работа студентов. В рамках самостоятельной работы, в обязательном порядке, студенты очной формы обучения выполняют задания для самостоятельной работы. Правильное и своевременное выполнение самостоятельной работы является необходимым условием для допуска студента к дифференцированному зачету.

Самостоятельная работа способствует укреплению связи учебного процесса с научно-исследовательской деятельностью, является необходимым средством целенаправленности профессиональной подготовки студента. Самостоятельная работа способствует систематизации, закреплению и расширению теоретических знаний, формирует у студента умения и навыки самостоятельного анализа.

В процессе изучения данной дисциплины студенты должны сначала изучить теоретический материал и выработать навыки решения типовых задач, используя рекомендованную литературу, а затем выполнить задания своего варианта.

Сборник внеаудиторной самостоятельной работы студентов (СРС) разработан на основе рабочей программы учебной дисциплины «ЕН. 01.Математика», разработанной на основе примерной программы учебной дисциплины «Математика» по специальностям среднего профессионального образования:

**Цели внеаудиторной СРС:**

- закрепление, углубление, расширение и систематизация полученных теоретических знаний и практических умений студентов;

-развитие активности студентов: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности; способности к самоорганизации.

В сборник включены такие виды самостоятельной работы как:

- решение учебных задач;

-работа с учебной и справочной литературой.

Сдача всех самостоятельных работ в семестре является допуском к дифференцированному зачету по математике.

При выполнении работы необходимо придерживаться указанных ниже правил:

1. Самостоятельная работа должна быть выполнена студентом в отдельной ученической тетради с полями не менее 3 см для замечаний преподавателя.
2. На обложке тетради указываются: название дисциплины; номер варианта и номера решаемых задач; Ф.И.О. студента, выполнившего работу, его номер группы; Ф.И.О. преподавателя, проверяющего работу.
3. Номер варианта соответствует номеру студента в списке группы или указывается преподавателем.
4. Условия задач переписываются полностью, без сокращения слов, после чего приводится их подробное решение. В конце решения приводится ответ.
5. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по порядку номеров. Работы, содержащие не все задания, а также задачи не своего варианта, не зачитываются.
6. Никакие исправления в тексте уже проверенной работы не допускаются, все исправления записываются после рецензии преподавателя с указанием номера задачи, к которой относятся дополнения и исправления.
7. Работа может быть выполнена заново в случае выявления серьёзных замечаний и ошибок.
8. В конце тетради рекомендуется оставлять несколько чистых страниц для дополнений и исправлений.

**Критериями оценки результатов внеаудиторной самостоятельной работы** студента являются:

- уровень освоения студентом учебного материала;

- умения студента использовать теоретические знания при выполнении практических задач;

- сформированность учебных умений;

- оформление материала в соответствии с требованиями.

1. **ТЕМАТИКА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Раздел** | **Кол-во**  **часов** | **Номер практической**  **работы** | **Наименование работы** |
| **Раздел 1.**  **Математический анализ** | | | |
| **Тема 1.1.**  Последовательности, пределы и ряды | 1-2 | СРС № 1 | Решение учебных задач по теме: Последовательности, пределы и ряды |
| 3-4 | СРС № 2 | Работа с учебной и справочной литературой |
| **Тема 1.2.**  Дифференциальное исчисление | 5-6 | СРС № 3 | Решение учебных задач по теме: Дифференциальное исчисление |
| 7-8 | СРС № 4 | Работа с учебной и справочной литературой |
| **Тема 1.3.**  Интегральное исчисление | 9-12 | СРС № 5 | Решение учебных задач по теме: Вычисление неопределенных интегралов и площадей плоских фигур |
| 13-14 | СРС № 6 | Работа с учебной и справочной литературой |
| **Тема 1.4.**  Дифференциальные уравнения | 15-18 | СРС № 7 | Решение учебных задач по теме: Обыкновенные дифференциальные уравнения в частных производных |
| 19-20 | СРС № 8 | Работа с учебной и справочной литературой |
| **Раздел 2.**  **Численные методы** | | | |
| **Тема 2.1.**  Основные численные методы решение прикладных задач | 21 | СРС № 9 | Решение учебных задач по теме: Выполнение типовых расчетов |
| 22 | СРС № 10 | Работа с учебной и справочной литературой |
| **Раздел 3.**  **Дискретная математика, теория вероятностей, математическая статистика** | | | |
| **Тема 3.1.**  Основы дискретной математики | 23-25 | СРС № 11 | Решение учебных задач по теме: Основы дискретной математики |
| 26 | СРС № 12 | Работа с учебной и справочной литературой |
| **Тема 3.2.**  Элементы комбинаторики | 27-29 | СРС № 13 | Решение учебных задач по теме: Элементы комбинаторики |
| 30 | СРС № 14 | Работа с учебной и справочной литературой |
| **Тема 3.3.**  Основные понятия теории вероятностей и математической статистики | 31-32 | СРС № 15 | Решение учебных задач по теме: Основные понятия теории вероятностей и математической статистики |
| 33 | СРС № 16 | Работа с учебной и справочной литературой |

1. **РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

**Основные источники:**

1. Конспекты занятий
2. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с.
3. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..
4. Григорьев С.Г., Задулина С.В. Математика: учебник. – М.: 2012.
5. Григорьев В.П., Дубинский Ю.А. Элементы высшей математики: учебник. – М.: 2012.
6. .[Гмурман В. Е.](http://www.labirint.ru/authors/59667/) Теория вероятностей и математическая статистика. Для студентов вузов и лиц, использующих вероятностные и статистические методы при решении практических задач. – М.: [Высшее образование](http://www.labirint.ru/pubhouse/1519/), 2010. -479с.

**Дополнительные источники:**

1. Богомолов Н. В., Самойленко П. И. Математика: учебник для ССУЗов. – М.: Дрофа, 2010. - 395с.
2. Ивченко Г., Медведев Ю. Введение в математическую статистику. Для студентов естественных и технических вузов. - М.: ЛКИ, 2010. - 600с.
3. **РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РАБОТЕ С ТЕКСТОМ**

|  |
| --- |
| ***Общепринятые правила чтения таковы:***    1.     Текст необходимо читать внимательно - т.е. возвращаться к непонятным местам.  2.     Текст необходимо читать тщательно - т.е. ничего не пропускать.  3.     Текст необходимо читать сосредоточенно - т.е. думать о том, что вы читаете.  4.     Текст необходимо читать до логического конца -  абзаца, параграфа, раздела, главы и т.д. |

# Рекомендованную литературу следует прочитать, осмыслить, законспектировать, проконсультироваться у преподавателя по поводу сложных и непонятных вопросов, продумать план своего выступления на занятии. Продумывание материала в соответствии с поставленными в плане вопросами — главный этап самостоятельной работы и залог успешного выступления.

**Самостоятельная работа № 1**

**Решение учебных задач по теме:**

**Последовательности, пределы и ряды**

**Время на выполнение – 2 часа**

**Форма представления работы**: тетрадь с выполненным заданием

**Перечень заданий**:

1. Повторите материал лекций по данной теме
2. Рассмотрите примеры выполнения заданий
3. Выполните самостоятельную работу

**Методические рекомендации**

**Последовательность**

Последовательность может быть составлена из чисел, точек, функций, векторов и т.д. Последовательность считается заданной, если указан закон, по которому каждому натуральному числу *n* ставится в соответствие элемент *xn* некоторого множества. Последовательность записывается в виде *x1, x2, …, xn* или кратко(*xn*) .

*Последовательностью* называется функция, которая переводит множество натуральных чисел *N* в некоторое множество *X*:

{ *xn* } = { *xn* }∞n=1= { *x1, x2, …, xn*, …}, xi  *N*

Элементы *x1, x2, …, xn* называются членами последовательности, *x1*-первым, *x2*- вторым, *xn* - общим (*n* -м) членом последовательности.

***Способы задания последовательности***

Наиболее часто рассматривают числовые последовательности, т.е. последовательности, члены которых - числа.

*Аналитический* способ - самый простой способ задания числовой последовательности. Это делают с помощью формулы (an = f( n), n € N), выражающей *n*-й член последовательности *xn* через его номер.

Например, если .

Другой способ - *рекуррентный* (от латинского слова recurrens - «возвращающийся»), когда задают несколько первых членов последовательности и правило, позволяющее вычислять каждый следующий член через предыдущие (an+1 = f( an)).

Например: .

Арифметическая прогрессия an=a1+d(n-1), геометрическая прогрессия bn=b1qn-1, факториал n!, - примеры задания последовательностей рекуррентным способом.

Обычно последовательность целесообразнее задавать формулой ее общего члена, которая позволяет найти любой член последовательности, зная его номер.

**Пример 1.** Найти формулу общего члена последовательности

*xn* = {*6, 20, 56, 144, 35*2, *…*} formules_1070

**Решение:** Запишем каждый член последовательности в следующем виде: n = 1: x1 = 6 = 2 ∙ 3 = 21 ∙ 3 = 21 ∙ (2 ∙ 1+1)

n = 2: x2 = 20 = 4 ∙ 5 = 22 ∙ 5 = 22 ∙ (2 ∙ 2+1)

n = 3: x3 = 56 = 8 ∙ 7 = 23 ∙ 7 = 23 ∙ (2 ∙ 3+1)

Как видим, члены последовательности представляют собой произведение степени двойки, умноженной на последовательные нечетные числа, причем два возводится в степень, которая равна номеру рассматриваемого элемента.

Таким образом, делаем вывод, что formules_1074

**Ответ:** Формула общего члена: formules_1074

**Предел**

***Определение предела функции***

Постоянная величина А называется пределом пе­ременной величины х, если эта переменная при своем изменении неограниченно приближается к А.

Символически это записывается так:

Это означает: чтобы найти предел функции, нужно в функцию вместо x подставить то значение, к которому стремится x.



**Пример 1.** Найти предел функции

при x →0

*Решение.* Подставляем вместо x значение 0. Получаем:



Итак, предел данной функции при x →0 равен 1.

**Пример 2.** Найти предел функции  при х→∞

**Решение:** Подставляем вместо x бесконечность. Получаем, что последовательность значений функции является бесконечно малой величиной и поэтому имеет предел, равный нулю:



***Теоремы о пределах функции***

Если при x →x0 существуют пределы функции f и g, то:

1. Если функция y = f(x) имеет предел при x →x0, то этот предел единственный.
2. Предел постоянной равен этой постоянной:
3. Предел суммы двух функции равен сумме пределов:

;

1. Предел произведения двух функции равен произведению их

пределов:

;

1. Предел отношения двух функции равен отношению пределов этих функции: , где ≠0.
2. Постоянный множитель можно выносить за знак предела:

,

где k – постоянный множитель.

***Решение пределов через раскрытие неопределённостей***

При определении предела некоторой функции, заданной аналитически, при x→а или x→∞ , +∞, -∞, при формальной подстановке этой величины в качестве аргумента в формулу можно получить неопределенности вида:

, , 0\*∞, ∞-∞, ∞0, 0∞, или 1∞.

В этом случае нельзя судить о существовании предела и использовать некоторые приемы для раскрытия неопределенности.

Для их раскрытия или, точнее, ухода от неопределённостей существует несколько искусственных приёмов преобразования вида выражения под знаком предела.

Эти приёмы следующие: почленное деление числителя и знаменателя на старшую степень переменной, домножение на сопряжённое выражение и разложение на множители для последующего сокращения с использованием решений квадратных уравнений и формул сокращённого умножения.

**Ряды**

**Определение 1.** Числовым рядом с общим членом называют последовательность чисел соединенных знаком сложения, т.е. выражение вида:

а1+ а2+…+ аn+ … .

Такой ряд записывают также в виде 

**Пример 1.** Если, то ряд имеет вид: или

***Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды.*** При сложении конечного числа слагаемых всегда получается определённый числовой результат, вычислить же сумму бесконечного числа слагаемых не может ни человек, ни компьютер, поскольку процесс сложения членов ряда (по самому определению) никогда не кончается.

Таким образом, выражение а1+ а2+…+ аn+ … является формальным, ведь сумма бесконечного числа слагаемых не определена. Но тем не менее в этом выражении поставлен знак суммирования и подразумевается, что члены ряда как-то складываются. Сумма любого конечного числа слагаемых будет найдена, если их складывать последовательно по одному. Это приводит к мысли поставить в соответствие ряду некоторое число и назвать его суммой ряда, где S1=a1, a Sn= а1+ а2+…+ аn cэтой целью вводят понятие частичной суммы ряда. То есть, сумма n первых членов ряда называется n-й частичной суммой: Sn= а1+ а2+…+ аn

Частичные суммы имеют конечное число слагаемых, это «обычные» суммы, их можно найти, подсчитать. Для ряда получаем бесконечную последовательность его частичных сумм.

**Определение.** Ряд называется *сходящимся*, если последовательность его частичных сумм имеет конечный предел, т.е. если существует limn→∞Sn. Если последовательность частичных сумм не имеет конечного придела, ряд называется расходящимся

|  |
| --- |
|  |
|  |

**Сходимость рядов. Признаки сравнения**

Необходимый признак сходимости, вообще говоря, не гарантирует сходимости ряда. Сходимость или расходимость ряда устанавливается с помощью достаточных признаков.

**Признаки абсолютной сходимости**

**Признак сравнения**

Если \exist N_0: |a_n| \leqslant b_nпри n \geqslant N_0, то:

* если ряд \sum b_nсходится, то ряд \sum a_nсходится абсолютно
* если ряд \sum a_nрасходится, то ряд \sum b_nрасходится

Согласно [критерию Коши](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%B9_%D1%81%D1%85%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D0%BC%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8_%D0%9A%D0%BE%D1%88%D0%B8), \forall \varepsilon > 0\ \exist N \geqslant N_0\ \forall m \geqslant n \geqslant N:\left|\sum_{k=n}^{m}b_k\right| \leqslant \varepsilon. Значит, \left|\sum_{k=n}^{m}a_k\right| \leqslant \sum_{k=n}^{m}|a_k| \leqslant \sum_{k=n}^{m}b_k \leqslant \left|\sum_{k=n}^{m}b_k\right| \leqslant \varepsilon, и по критерию Коши ряд \sum a_nсходится. Второе утверждение следует из первого, так как если бы ряд \sum b_nсходился, то и ряд \sum a_nсходился бы.

**Признак сходимости рядов с монотонно убывающими членами**

Пусть a_1 \geqslant a_2 \geqslant a_3 \geqslant ... \geqslant 0. Тогда ряд \sum_{n=1}^{\infty} a_n сходится тогда и только тогда, когда сходится ряд \sum_{k=0}^{\infty} 2^{k}a_{2^k} = a_1 + 2a_2 + 4a_4 + 8a_8 + ...

**Признак Даламбера**

Ряд \sum a_n

1. Сходится абсолютно, если \varlimsup_{n \to \infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| < 1
2. Расходится, если \varliminf_{n \to \infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| >  1
3. Существуют как сходящиеся, так и расходящиеся ряды, для которых \varliminf_{n \to \infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| \leqslant 1 \leqslant \varlimsup_{n \to \infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|

**Задания для самостоятельной работы студентов**

**ВАРИАНТ 1**

1. Выписать первые четыре члена последовательности.



1. Написать формулу n-го члена последовательности



1. Вычислить предел последовательности.



1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену .
2. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда .

**ВАРИАНТ 2**

1. Выписать первые четыре члена последовательности.



1. Написать формулу n-го члена последовательности



1. Вычислить предел последовательности.



1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену .

.

1. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда .

**ВАРИАНТ 3**

1. Выписать первые четыре члена последовательности.



1. Написать формулу n-го члена последовательности



1. Вычислить предел последовательности.



1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену .
2. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда .

**ВАРИАНТ 4**

1. Выписать первые четыре члена последовательности.



1. Написать формулу n-го члена последовательности



1. Вычислить предел последовательности.



1. Найдите 4 первых члена ряда по заданному общему члену .
2. Используя признак Даламбера, исследуйте сходимость ряда .

**Самостоятельная работа № 2**

**Работа с учебной и справочной литературой**

**Литература:**

Основные источники:

1. Конспекты занятий
2. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с
3. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..
4. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко. – 7-е изд., -М.: Дрофа, 2010

**Время на выполнение – 2 часа**

**Самостоятельная работа студентов:**

**Перечень заданий**:

Чтение и изучение учебной и справочной литературы

1. Проработка конспектов занятий
2. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с стр 22-71; стр. 161-171
3. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с.. стр 50-65, 168-178
4. Изучение материала по учебнику Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко. – 7-е изд., -М.: Дрофа, 2010 глава 4 стр193-210

**Самостоятельная работа № 3**

**Решение учебных задач по теме:**

**Дифференциальное исчисление**

**Время на выполнение – 2 часа**

**Форма представления работы**: тетрадь с выполненным заданием

**Перечень заданий**:

* 1. Повторите материал лекций по данной теме
  2. Рассмотрите примеры выполнения заданий
  3. Выполните самостоятельную работу

**Методические рекомендации**

* + 1. **Определение производной функции.**

**Производной функции y=f(x)** называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при стремлении приращения функции к приращению аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю:

.

**Основные правила дифференцирования.** Обозначим через С постоянную, х – аргумент, u, υ, w – функции от х, имеющие производные.

Производная алгебраической суммы функций: 

Производная произведения двух функций: 

Производная произведения постоянной на функцию: 

Производная частного (дроби):

Частные случаи: ; .

**Сложная функция.** Производная сложной функции. Если у есть функция от u: у = f(u), где и, в свою очередь, есть функция от аргумента х: u = φ(х), т. е. если у зависит от х через промежуточный аргумент u, то у называется сложной функцией от х (функцией от функции): 

Производная сложной функции равна ее производной по промежуточному аргументу, умноженной на производную этого аргумента по независимой переменной:

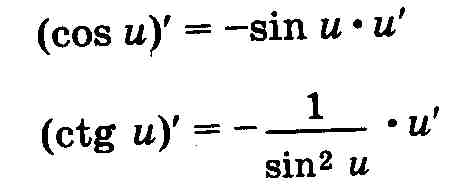
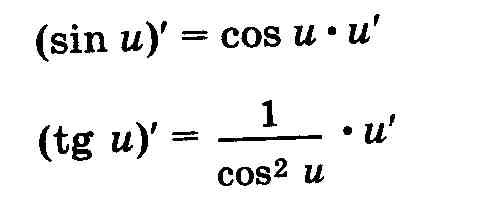


или 

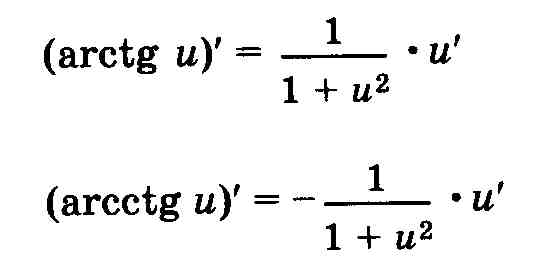
**Формулы дифференцирования**

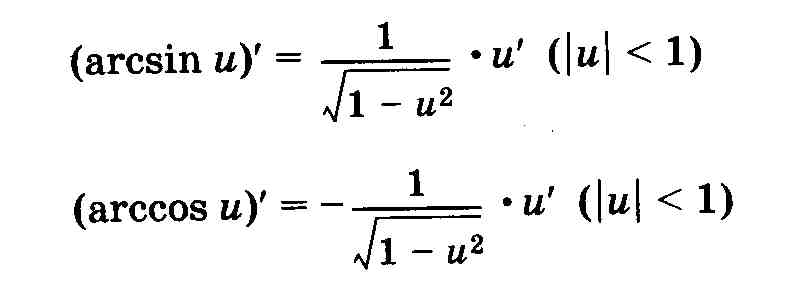
|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**Производные тригонометрических функций**



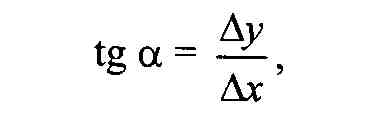
**Производные обратных тригонометрических функций**



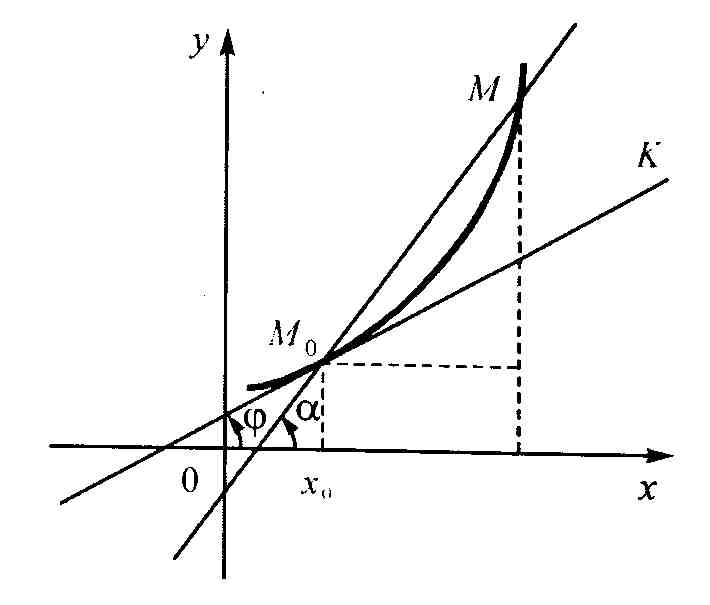


**2.Геометрический смысл производной функции**

На линии, заданной уравнением *у* = f (х), возьмем фиксированную точку *М0(х0; уо)* и произвольную точку *М(х; у).* Проведем секущую *М0 М* и через α обозначим угол, образованный этой секущей с положительным направлением оси *х* (рис. 1). При стремлении точки М по линии *у* = *f(x)* к точке М0 секущая *М0 М* стремится занять положение прямой *M0K,* а угол а стремится стать равным углу φ. Здесь



где Δy=f(x) –f(x0); Δx=x-x0, a 

**Рис. 1**

**Определение** Касательной к линии в данной ее точке М0 на­зывается предельное положение секущей М0М при стремлении точки М по линии к точке М0.

Угловым коэффициентом k прямой (в частности, касательной) называется тангенс угла наклона прямой к положительному на­правлению оси х.

Если Δх→0, то tg α→tg φ, поэтому 

**3.Физический смысл производной функции**

Пусть точка М перемещается по прямой и известен закон движения этой точки: S=f(t), где S – путь, t – время. Требуется найти истинную скорость движения в момент времени t.

S0 S0+ΔS S

t0 t0+Δ t t

Для равномерного движения (т.е движения с постоянной скоростью) скорость – это путь деленный на время.

У нас движение, вообще говоря, неравномерное. Рассмотрим «соседний» момент времени t0+Δt. За время Δt точка проделала путь ΔS=f(t0+Δt)-f(t0). Средняя скорость на этом промежутке . Т.к. Δt и ΔS – малые величины, то можно считать, что Vср=(Vист)t-t0. Чтобы это приближенное равенство стало точным, надо перейти к пределу при Δt→0:

.

Таким образом, если известен путь как функция времени, то производная пути по времени – это скорость движения. Это и есть физический смысл производной.

Аналогично, если известна скорость движения V=V(t), то ее производная – это ускорение (скорость изменения скорости). И вообще можно сказать, что производная функции в точке – это скорость изменения функции в этой точке.

1. **Определение дифференциала функции**

С понятием производной тесно связано понятие **дифференциала**. Чтобы выяснить сущность этого понятия, рассмотрим функцию у =f(х), заданную в интервале (а, b) и имеющую в некоторой точке х этого интервала производную у' = f'΄(x). Придадим х приращение Δх, отличное от нуля, но не выводящее из интервала задания функции. Через Δy обозначим соответствующее приращение функции. Так как отношение  при стремлении Δх к нулю стремится к производной у', а разность между переменной, имеющей предел, и этим пределом есть величина бесконечно малая, то величина  - у' стремится к нулю вместе с Δх. Предыдущее равенство можно записать в форме Δy= у' Δx+α Δx, где α – стремится к нулю вместе с Δх.

Обозначив αΔх=β , мы видим, что при бесконечно малом Δх переменная β также есть бесконечно малая величина и притом стремящаяся к нулю быстрее, чемΔх, так как

.

Вообще, если две бесконечно малые величины ρ и σсвязаны между собой условием , то говорят, что ρ есть бесконечно малая более высокого порядка, чем σ.

Таким образом, величина β есть бесконечно малая более высокого порядка, чем Δх. Это означает, что при весьма малых Δх величина β во много раз меньше, чем Δх. Доказательство этого факта имеется во многих руководствах по математическому анализу, но оно выходит за рамки нашей программы.

Таким образом, при малых Δх величиной β = α Δх часто пренебрегают и довольствуются приближенной формулой

Δy=f '(x) Δx.

**Определение.** Дифференциалом или главной частью приращения функции у=f(х) в точке х, соответствующим приращению Δх, называется произведение производной f '(х), вычисленной в точке х, на Δх.

Дифференциал функции у =f(х) обозначается через dy или df(x). Таким образом,

dу = у 'Δх или df(x) =f '(х) Δх.

Из определения дифференциала следует, что он является функцией двух независимых переменных — точки х и приращения Δх.

Одним из основных свойств дифференциала, которое имеет широкое применение на практике — это то, что, пренебрегая бесконечно малыми более высокого порядка, можно приближенно заменять Δу — приращение функции ее дифференциалом dy.

**Задания для самостоятельной работы студентов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Вариант** | **Задание № 1.**  **Найдите производную следующих функций** | **Задание № 2.**  **Найдите производную и дифференциал второго порядка заданных функций** |
| **1** | а)  б)  в)  г)  д) ;  е)  ж)  з) | а) ;  б)  в) |
| **2** | а)  б) ;  в)  г)  д) ;  е)  ж)  з) | a)  б)  в) |
| **3** | а)  б)  в)  г)  д) ;  е)  ж)  з) ) | а)  б) ;  в) |
| **4** | а)  б) ;  в)  г)  д) ;  е)  ж)  з) | а) ;  б) ;  в) . |

**Самостоятельная работа № 4**

**Работа с учебной и справочной литературой**

**Литература:**

Основные источники:

1. Конспекты занятий

2..Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с стр 22-71;

3. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..

4.Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко. – 7-е изд., -М.: Дрофа, 2010

**Время на выполнение – 2 часа**

**Самостоятельная работа студентов:**

**Перечень заданий**:

1.Проработка конспектов занятий

2.Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с

стр 72-109

3.Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..стр145-167

4. Изучение материала по учебнику Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко. – 7-е изд., -М.: Дрофа, 2010 глава 5-7 стр 211-260

**Самостоятельная работа № 5**

**Решение учебных задач по теме:**

**Вычисление неопределенных интегралов и площадей плоских фигур**

**Время на выполнение – 2 часа**

**Форма представления работы**: тетрадь с выполненным заданием

**Перечень заданий**:

1.Повторите материал лекций по данной теме

2.Рассмотрите примеры выполнения заданий

3.Выполните самостоятельную работу

**Методические рекомендации:**

**Определение первообразной функции**

Функция F(x) называется первообразной для функции f(x), если выполняется равенство F΄(x)=f(x).

Например:

1. f(x)=3x2; F(x)=x3; т.к (x3)΄=3x2;
2. f(x)=cosx; F(x)=sinx, т.к (sinx)΄=cosx.

**Теорема о существовании бесконечного множества первообразных**

Теорема. Если функция f(x) имеет первообразную, то она имеет бесконечное множество первообразных F(x)+С, С=const.

Например: f(x)=5x4; F(x)=x5, т.к (x5)΄=5x4; F(x)=x5+11; F(x)=x5-22

**Геометрическое изображение первообразной**

С геометрической точки зрения графики первообразной можно получить друг из друга параллельным переносом вдоль оси Оy.

y

y=F(x)

**y=F(x)**

y=F(x)+C

x

**Определение неопределенного интеграла**

**Определение.** Неопределенным интегралом от функции f(х) называется совокупность всех первообразных вида F(x)+C и обозначается , где f(x) – подинтегральная функция, f(x)dx – подинтегральное выражение.

Например: .

**Определение.** Процесс нахождения первообразной называется **интегрированием**.

**Интегрирование** – это действие обратное дифференцированию.

**Свойства неопределенного интеграла**

Свойства интеграла:

1.  (Интеграл суммы равен сумме интегралов);
2.  (Постоянный множитель можно вынести за знак интеграла);
3. (Интеграл от сложной функции)

**Таблица неопределенных интегралов**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | 7. |
| 2. | 8. |
| 3. | 9. |
| 4. | 10. |
| 5. | 11. |
| 6. | 12. |

**Определение определенного интеграла**

Определение*. Определенным интегралом от функции f(x) на отрезке [a, b] называется предел ее интегральной суммы (если он существует).*

**

Здесь: f(x) – подинтегральная функция;

f(x)dx – подинтегральное выражение;

a, b – пределы интегрирования: «а» - нижний, «b» - верхний.

Из формулы следует, что 

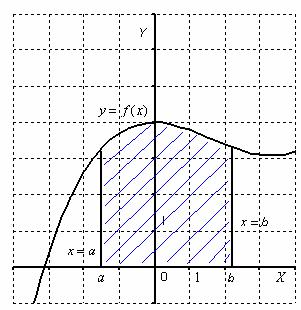
Это равенство выражает геометрический смысл определенного интеграла: определенный интеграл есть площадь криволинейной трапеции.

Вопрос о существовании интеграла, на первый взгляд, далеко не праздный: ведь есть множество способов разбиения отрезка [a, b] на части, есть множество способов выбирать точки εi и при этом будут получаться различные суммы. А вот пределы этих разных сумм должны быть одинаковыми – площадь-то одна!

И вообще имеет место **теорема о существовании определенного интеграла**: если функция f(x) непрерывна на отрезке [a, b], то определенный интеграл от нее на отрезке [a, b] существует и имеет единственное значение, не зависящее ни от разбиения отрезка [a, b] на части, ни от выбора точек.

**Определение криволинейной трапеции**

**Криволинейной трапецией** называется плоская фигура, ограниченная осью http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image004.gif, [**прямыми**](http://www.mathprofi.ru/uravnenie_pryamoi_na_ploskosti.html) http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image006.gif, http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image008.gif и графиком [**непрерывной**](http://www.mathprofi.ru/nepreryvnost_funkcii_i_tochki_razryva.html) на отрезке http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image071.gif функции http://www.mathprofi.ru/f/vychislenie_ploshadi_c_pomoshju_opredelennogo_integrala_clip_image002.gif, которая [не меняет знак](http://www.mathprofi.ru/nuli_funkcii_intervaly_znakopostoyanstva_metod_intervalov.html) на этом промежутке.



**Формула Ньютона-Лейбница**

Чтобы получить формулу для вычисления определенного интеграла, еще раз поставим задачу о вычислении площади криволинейной трапеции.

y

М

А B

f(x)

A1  М1 В1

0 a х b х

Рассмотрим криволинейную трапецию А1АВВ1. Возьмем некоторое значение xЄ[a, b]. Ясно, что площадь криволинейной трапеции А1АММ1 (заштрихованная на чертеже) зависит «х», т.е является функцией х. Обозначим эту функцию S(х). Очевидно, что S(a)=0, S(b)=S – площадь всей данной криволинейной трапеции.

Можно доказать (мы это делать не будем), что функция S(x) является первообразной для функции f(х), т.е S΄(x)=f(x)/

Пусть теперь F(x) тоже какая-нибудь первообразная для f(х), например . Но тогда по свойству первообразных S(x)=F(x)+C.

При х=а получим: S(a)=F(a)+C или 0=F(a)+C

Значит S(x)=F(x)-F(a). Положим здесь x=b: S(b)=F(b)-F(a) или S=F(b)-F(a), но  следовательно .

Это и есть формула Ньютона-Лейбница. Она говорит, что для вычисления определенного интеграла надо сначала найти функцию F(x) первообразную для подинтегральной функции; затем в нее подставить пределы интегрирования (верхний и нижний) и затем найти разность F(b)-F(a). Поэтому иногда формулу Ньютона-Лейбница записывают подробнее:



**Образец выполнения задания:**

**Задание № 1**

1. Найти неопределенные интегралы, результат проверить дифференцированием.

а) 

Проверка дифференцированием:



б) 

Применим подстановку

****

****

****

****

Проверка дифференцированием:

****

**Задание № 2**

Вычислить площадь фигуры, ограниченную заданными линиями:

  y

29

2

0 3

Найдем абсциссы точек пересечения заданных линий

; ; ; 

Площадь фигуры 



3

0



Ответ: площадь фигуры составляет

**Задания для самостоятельной работы студентов:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Задание № 1** | **Задание № 2** |
|  | Вычислить неопределенные интегралы, результат проверить дифференцированием. | Вычислить площадь фигуры, ограниченную заданными линиями: |
| **Вариант 1** | а) ;  б) . | y=x2, y=49 |
| **Вариант 2** | а) ;  б) . | y=x3, y=8 |
| **Вариант 3** | а) ;  б) . | y=x2+1, x= - 2, x= 2 |
| **Вариант 4** | а);  б) . | y=x2, y=64 |
| **Вариант 5** | а) ;  б) . | y=x+2, x=2, x=4 |
| **Вариант 6** | а) ;  б) . | y=x3+1, y=9 |
| **Вариант 7** | а) ;  б) . | y=x2+1, y=26 |
| **Вариант 8** | а) ;  б) . | y=2x, x=1, x=2 |
| **Вариант 9** | а) ;  б) . | y=x3+1, y=28 |
| **Вариант 10** | а) ;  б) . | y=x2+2, y=27 |

**Самостоятельная работа № 6**

**Работа с учебной и справочной литературой**

**Литература:**

Основные источники:

* + 1. Конспекты занятий
    2. .Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с
    3. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..
    4. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко. – 7-е изд., -М.: Дрофа, 2010

**Время на выполнение – 2 часа**

**Самостоятельная работа студентов:**

**Перечень заданий**:

1. Проработка конспектов занятий

1. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с стр123-160
2. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..стр 179-205
3. Изучение материала по учебнику Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко. – 7-е изд., -М.: Дрофа, 2010 глава 8-9 стр 261-281

**Самостоятельная работа № 7**

**Решение учебных задач по теме:**

**Обыкновенные дифференциальные уравнения в частных производных**

**Время на выполнение – 4 часа**

**Форма представления работы**: тетрадь с выполненным заданием

**Перечень заданий**:

1.Повторите материал лекций по данной теме

2.Рассмотрите примеры выполнения заданий

3.Выполните самостоятельную работу

**Методические рекомендации:**

**Дифференциальные уравнения**

*Дифференциальным уравнением называется уравнение, связываю­щее между собой независимую переменную х, искомую функцию у и ее производные или дифференциалы.*

Символически дифференциальное уравнение записывается в следующем виде:

F(x, у, у') = 0,

F(x, У, У") = 0,

F(x,y,y',y",...,yn) = 0.

Дифференциальное уравнение называется обыкновенным, если искомая функция зависит от одного независимого переменного.

Порядком дифференциального уравнения называется порядок старшей производной (или дифференциала), входящей в данное уравнение.

Решением (или интегралом) дифференциального уравнения называется такая функция, которая обращает это уравнение в тождество.

Общим решением (или общим интегралом) дифференциального уравнения называется такое решение, в которое входит столько независимых произвольных постоянных, каков порядок уравнения. Так, общее решение дифференциального уравнения первого порядка содержит одну произвольную постоянную.

Частным решением дифференциального уравнения называете решение, полученное из общего при различных числовых значениях произвольных постоянных. Значения произвольных постоянных находятся при определенных начальных значениях аргумента и функции.

График частного решения дифференциального уравнения на­зывается интегральной кривой. Общему решению дифференциаль­ного уравнения соответствует совокупность (семейство) всех ин­тегральных кривых.

Дифференциальным уравнением первого порядка называется уравнение, в которое входят производные (или дифференциалы) не выше первого порядка.

Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными называется уравнение вида



Для решения этого уравнения нужно сначала разделить переменные

,

а затем проинтегрировать обе части полученного равенства:



Уравнение вида



где f(x) и φ(х) — функции от х, называется линейным дифференциальным уравнением первого порядка. В частном случае f(x) и φ(х) могут быть постоянными величинами. Это уравнение приводится к уравнению с разделяющимися переменными с помощью подстановки у = uz, где u и z — новые функции от х.

**Образец выполнения задания:**

1. Решите уравнения:

а) 









 - общее решение дифференциального уравнения

Если , при , то  ⇒ 

- частное решение дифференциального уравнения

б) 







в) 

замена переменных: 



 (1)

|  |  |
| --- | --- |
| подставим в (1) |  |

в)Найти частное решение дифференцированного уравнения первого порядка



Это дифференцированное уравнение с разделяющимися переменными. Производим разделение переменных: 

Интегрируя обе части равенства, получаем: 





Используя начальное условие, вычислим, соответствующее ему значение постоянное С: ; ; 

Поэтому частное решение исходного дифференцированного уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию, имеет вид: 

**Задания для самостоятельной работы студентов:**

**Решите уравнения:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** | **Задание № 1** | **Задание № 2** | **Задание № 3** | **Задание № 4** |
| 1 |  | , если при |  |  |
| 2 |  | , если при |  |  |
| 3 |  | , если при |  |  |
| 4 |  | , если при |  |  |
| 5 |  | , если при |  |  |
| 6 |  | , если при |  |  |
| 7 |  | , если при |  |  |
| 8 |  | , если при |  |  |
| 9 |  | , если при |  |  |
| 10 |  | , если при |  |  |

**Самостоятельная работа № 8**

**Работа с учебной и справочной литературой**

**Литература:**

Основные источники:

1.Конспекты занятий

2.Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с

3. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..

4.Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко. – 7-е изд., -М.: Дрофа, 2010

**Время на выполнение – 2 часа**

**Самостоятельная работа студентов:**

**Перечень заданий**:

1. Проработка конспектов занятий
2. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с стр 206-226
3. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..стр.206-220
4. Изучение материала по учебнику Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко. – 7-е изд., -М.: Дрофа, 2010 глава 9 стр 282-287

**Самостоятельная работа № 9**

**Решение учебных задач по теме:**

**Выполнение типовых расчетов**

**Время на выполнение – 1час**

**Форма представления работы**: тетрадь с выполненным заданием

**Перечень заданий**:

1.Повторите материал лекций по данной теме

2.Рассмотрите примеры выполнения заданий

3.Выполните самостоятельную работу

**Методические рекомендации:**

1. Разность точного и приближенного значений величины называется *погрешностью приближения (*обозначается ),

т.е. если х –точное значение величины, а- приближенное значение, то х=х-*а* - **погрешность приближения**

откуда х = *а* +х,

т.е. истинное значение равно сумме приближенного значения и погрешности приближения.

**2. Модуль разности точного и приближенного значений величины называется *абсолютной погрешностью*  приближенного значения числа *х.***

т.е. h = -**абсолютная погрешность приближения.**

Запись х= *аh означает, что истинное значение величины х заключено между границами, т.е.* *а - h*  х  *а + h*

**Пример 1.** На предприятии 1284 рабочих и служащих. При округлении этого числа до 1300 абсолютная погрешность составляет

h = |1284 - 1300| = 16.

При округлении до 1280 абсолютная погрешность состав­ляет h =|1284 - 1280| = 4.

**Пример 2.**  Даны приближенные значения числа х=:    Какое из этих трех приближений является лучшим?

**Решение:**

Находим ;   . так как , то лучшим приближением числа *х* является 

**Пример 3.** Длина детали *х (см)* заключена в границах 33х34. Найти границу абсолютной погрешности измерения детали.

**Решение:** Примем за приближенное значение длины детали среднее арифметическое границ: а=(33+34)/2 = 33,5 (см).

Тогда граница абсолютной погрешности приближенного значения длины детали не превзойдет 0,5 (см). Величину h можно найти и как полуразность верхней и нижней границ, т.е.  (см). Длина детали *х*, найденная с точностью до h=0,5 (см), заключена между приближенными значениями числа *х*:

33,5-0,5х33,5+0,5;

х=33,50,5 (см).

**Отношение абсолютной погрешности приближения к модулю приближенного значения величины называется *относительной погрешностью* приближения и обозначается r**

Т.е.

 является *относительной погрешностью* приближения

**Пример 4.** При измерении длины *L* и диаметра проводника получили *L*=(10,00,1) м*,*

*d* = (2,5  0,1) мм. Какое из этих измерений точнее?

**Решение:** Измерение длины проводника производилось с точностью до 0,1м=100мм, а измерение диаметра проводника – с точностью до 0,1мм.

При измерении длины проводника допускается абсолютная погрешность в 100 мм на 10000 мм, и, следовательно, допустимая абсолютная погрешность составляет

 измеряемой величины.

При измерении диаметра допустимая абсолютная погрешность составляет

 измеряемой величины. Следовательно, измерение длины проводника выполнено точнее.

**Пример 5.** Известно, что 0,111 является приближенным значением для  Найти абсолютную и относительную погрешности этого приближения.

**Решение:** Здесь х=, *а*=0,111. Тогда ,



Ответ: ; 

**Пример 6.** В школе 197 учащихся. Округляем это число до 200. Абсолютная погрешность составляет 200-197 = 3. Относительная погрешность равна или, округленно,%.  
В большинстве случаев невозможно узнать точное значение приближенного числа, а значит, и точную величину погрешности. Однако почти всегда можно установить, что погрешность (абсолютная или относи­тельная) не превосходит некоторого числа.

**Пример 7.**

Продавец взвешивает арбуз на ча­шечных весах. В наборе гирь наименьшая— 50 г. Взвешивание дало 3600 г. Насколько качественно выполнено взвешивание?

*Решение:*

3600 -это число — приближенное, т.е. а=3600 Точная масса арбуза неизвестна, т.е. х. Но абсолютная по­грешность не превышает 50 г: h ≤ 50.

Тогда относительная погреш­ность 

**Верные и значащие цифры**

Цифра **m** приближенного числа **а** называется **верной в широком смысле**, если граница абсолютной погрешности числа **а** не превосходит единицы того разряда, в котором записывается цифра **m.**

Цифра **m** приближенного числа **а** называется **верной в строгом смысле**, если граница абсолютной погрешности числа **а** не превосходит половины единицы того разряда, в котором записывается цифра **m.**

В числах, полученных в результате измерений или вычислений и используемых при расчетах в качестве исходных данных, а также в десятичной записи приближенного значения числа все цифры должны быть верными.

Наиболее употребительна такая запись приближенного числа, при котором цифры верны в строгом смысле.

Граница абсолютной погрешности **h** находится непосредственно по записи приближенного значения **а** числа **х**. Например, если в приближенном числе **а =2017** цифры верны в строгом смысле, то граница абсолютной погрешности **h =0,5**, т.е. равна половине последнего разряда числа **2017**

Цифры в записи приближенного числа, о которых неизвестно, являются ли они верными, называются **сомнительными.**

**Значащими** цифрами приближенного числа называются все верные цифры, кроме нулей, стоящих перед первой цифрой (слева направо), отличной от нуля.

**Пример 8.** Найти предельные абсолютные и относительные погрешности числа х = 984,6, если оно имеет только верные цифры в строгом смысле.

*Решение:*

Цифры числа верны в строгом смысле, если абсолютная погрешность данного числа не превосходит половины единицы разряда, в котором записана последняя верная цифра числа.

 ( т.к. 6 –последняя верная цифра, стоит в разряде десятых)



*Ответ:* абсолютная погрешность для числа х h=0,05

относительная погрешность числа х r =0,0051

**Вычисления с приближенными числами без подсчета погрешностей**

Во многих случаях вычислительной практики возможно упростить вычисления с приближенными числами без подсчета погрешностей, применяя правила подсчета цифр.

**Правила подсчета цифр**

1.При сложении и вычитании приближенных чисел в результате следует сохранять столько десятичных знаков, сколько их в том из приближенных чисел, у которого наименьшее число десятичных знаков.

2.При умножении и делении в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их в том из приближенных чисел, у которого наименьшее число десятичных знаков.

3.При возведении в квадрат и куб в результате следует сохранять столько значащих цифр, сколько их имеет возводимое в степень приближенное число. Последняя цифра квадрата и тем более куба при этом менее надежна, чем последняя цифра основания.

**Задания для самостоятельной работы студентов:**

Применив правила для выполнения действий без точного учета погрешностей, выполните действия.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Вариант** | **1** | **2** | **3** | **4** |
| Задание 1 |  |  |  |  |
| Задание № 1  Найти сумму и разность, если: | ; | ; | ; | ; |
| Задание № 2.  Найти произведение и частное, если | ; ; | ; | ; ; | ; |
| Задание № 3  Найдите значение выражения , если | ; | ; | ; | ; |
| Задание № 4.  Вычислите, ответ округлите до 0,001. |  |  |  |  |
| Задание №5.  Округлите число данное число до сотых долей и найдите абсолютную и относительную погрешность приближения. | 23,1927 | 17,3461 | 62,7531 | 91,5594 |
| Задание № 6. При измерении длины одного отрезка с точностью до 0,004 м, было найдено значение 3,27 м, а при измерении длины другого отрезка с точностью до 0,05 см получено 11,5 см. Какое измерение по своему качеству лучше? | | | | |

**Самостоятельная работа № 10**

**Работа с учебной и справочной литературой**

**Литература:**

Основные источники:

1.Конспекты занятий

2.Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с

**Время на выполнение – 1 час**

**Самостоятельная работа студентов:**

**Перечень заданий**:

1.Проработка конспектов занятий

2.Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с стр 245-275

**Самостоятельная работа № 11**

**Решение учебных задач по теме:**

**Основы дискретной математики**

**Время на выполнение – 3 часа**

**Форма представления работы**: тетрадь с выполненным заданием

**Перечень заданий**:

1.Повторите материал лекций по данной теме

2.Рассмотрите примеры выполнения заданий

3.Выполните самостоятельную работу

**Методические рекомендации:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Множество – одно из основных понятий математики.  Множеством называется совокупность некоторых элементов, объединенных каким-либо общим признаком. Элементами множества могут быть числа, фигуры, предметы, понятия и т.п.  Множества обозначаются прописными буквами, а элементы множество строчными буквами. Элементы множеств заключаются в фигурные скобки.  Если элемент x принадлежит множеству X, то записывают x ∈ Х (∈ — принадлежит).  Если множество А является частью множества В, то записывают А ⊂ В (⊂ — содержится).  Множество может быть задано одним из двух способов: перечислением и с помощью определяющего свойства.  Два множества А и В равны (А=В), если они состоят из одних и тех же элементов.  Например, если А={1,2,3,4}, B={3,1,4,2} то А=В.  Объединением (суммой) множеств А и В называется множество А ∪ В, элементы которого принадлежат хотя бы одному из этих множеств.  *Например*, если А={1,2,4}, B={3,4,5,6}, то А ∪ B = {1,2,3,4,5,6}  Пересечением (произведением) множеств А и В называется множество А ∩ В, элементы которого принадлежат как множеству А, так и множеству В.  *Например*, если А={1,2,4}, B={3,4,5,2}, то А ∩ В = {2,4}  Разностью множеств А и В называется множество АВ, элементы которого принадлежат множеству А, но не принадлежат множеству В.  *Например*, если А={1,2,3,4}, B={3,4,5}, то АВ = {1,2}  Симметричной разностью множеств А и В называется множество А Δ В, являющееся объединением разностей множеств АВ и ВА, то есть А Δ В = (АВ) ∪ (ВА).  *Например*, если А={1,2,3,4}, B={3,4,5,6}, то А Δ В = {1,2} ∪ {5,6} = {1,2,5,6}  *Свойства:*  Свойства перестановочности:  A ∪ B = B ∪ A  A ∩ B = B ∩ A  Сочетательное свойство:  (A ∪ B) ∪ C = A ∪ (B ∪ C)  (A ∩ B) ∩ C = A ∩ (B ∩ C)  Круги Эйлера (Эйлера-Вена) — геометрическая схема, с помощью которой можно изобразить отношения между подмножествами, для наглядного представления.  *Пример*: Среди школьников шестого класса проводилось анкетирование по любимым мультфильмам. Самыми популярными оказались три мультфильма: «Белоснежка и семь гномов», «Губка Боб Квадратные Штаны», «Волк и теленок». Всего в классе 38 человек. «Белоснежку и семь гномов» выбрали 21 ученик, среди которых трое назвали еще «Волк и теленок», шестеро – «Губка Боб Квадратные Штаны», а один написал все три мультфильма. Мультфильм «Волк и теленок» назвали 13 ребят, среди которых пятеро выбрали сразу два мультфильма. Сколько человек выбрали мультфильм «Губка Боб Квадратные Штаны»?  *Решение*: В этой задаче 3 множества, из условий задачи видно, что все они пересекаются между собой. Получаем такой чертеж:    Учитывая условие, что среди ребят, которые назвали мультфильм «Волк и теленок» пятеро выбрали сразу два мультфильма, получаем:    21 – 3 – 6 – 1 = 11 – ребят выбрали только «Белоснежку и семь гномов».  13 – 3 – 1 – 2 = 7 – ребят смотрят только «Волк и теленок».  Получаем:    38 – (11 + 3 + 1 + 6 + 2 + 7) = 8 – человек смотрят только «Губка Боб Квадратные Штаны».  Делаем вывод, что «Губка Боб Квадратные Штаны» выбрали 8 + 2 + 1 + 6 = 17 человек.  Ответ. 17 человек выбрали мультфильм «Губка Боб Квадратные Штаны».  **Задания для самостоятельной работы:**   |  |  | | --- | --- | | **вариант 1** | **вариант 2** | | 1) Найти множества А∩В, АUВ, А/В, В/А, если:  а) А={е, о, р, х} В={х, у}  б) А={х: -3<х<4} В={х: 0≤х≤6}  в) А={2n+1}, B={n+1} nєN | 1) Найти множества А∩В, АUВ, А/В, В/А, если:  а) А={12, 13, 14, 15} В={12, 14, 16}  б) А={х: 0<х<2} В={х: 1≤х≤4}  в) А={3-(n+1)}, B={n+5} nєN | | 2).Запишите перечислением элементов следующие множества:  а) *А* – множество нечетных чисел на отрезке [1; 15];  б) *С* – множество натуральных чисел, больших 10, но меньших 12;  в) *D* – множество двузначных чисел, делящихся на 10;  г) *Е* – множество натуральных делителей числа 18; | 2).Запишите перечислением элементов следующие множества:  а)  *В* – множество натуральных чисел, меньших 8;  б) *С* – множество натуральных чисел, больших 15, но меньших 20;  в) *D* – множество двузначных чисел, делящихся на 15;  г) *Е* – множество натуральных делителей числа 24; | | 3) На 1 курсе учатся 200 студентов, 106 из них знают английский язык, 60 – немецкий, 92 – французский. 24 студента знают английский и немецкий языки, 36 – английский и французский, 30 – немецкий и французский, 14 – все три языка. Остальные знают только один испанский язык. Сколько студентов знают:  а) только один язык?  б) испанский язык?  в) только немецкий язык?  г) знают английский и немецкий, но не знают французский? | 3) На 1 курсе учатся 200 студентов, 106 из них знают английский язык, 60 – немецкий, 92 – французский. 24 студента знают английский и немецкий языки, 36 – английский и французский, 30 – немецкий и французский, 14 – все три языка. Остальные знают только один испанский язык. Сколько студентов знают:  а) ровно два языка?  б) только французский язык?  в) знают немецкий и французский, но не знают английский?  г) не знают испанский язык? | |  |

**Самостоятельная работа № 12**

**Работа с учебной и справочной литературой**

**Литература:**

Основные источники:

1.Конспекты занятий

2.Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с

3.Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..

**Время на выполнение – 1 час**

**Самостоятельная работа студентов:**

**Перечень заданий**:

1. Проработка конспектов занятий
2. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с стр 227-244
3. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..стр.12-26

**Самостоятельная работа № 13**

**Решение учебных задач по теме:**

**Элементы комбинаторики**

**Время на выполнение – 3 часа**

**Форма представления работы**: тетрадь с выполненным заданием

**Перечень заданий**:

1.Повторите материал лекций по данной теме

2.Рассмотрите примеры выполнения заданий

3.Выполните самостоятельную работу

**Методические рекомендации:**

**Основы комбинаторики.**

Комбинаторика, это раздел математики в котором изучается вопрос о том, сколько

различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям можно составить из

конечного числа различных элементов.

Комбинации, отличающиеся друг от друга составом элементов или их порядком

называются соединениями различают три вида соединений.

Предварительно познакомимся с понятием факториала.

Произведение всех натуральных чисел от 1 до включительно, называют - факториалом и пишут

Размещениями называются соединения составленные из n-различных элементов по

m-элементам, которые отличаются друг от друга либо составом эл-тов либо их

порядком.

http://works.tarefer.ru/50/100080/pics/image001.gif

Перестановки называют соединения составленные из одних и тех же n-элементов,

которые отличаются друг от друга только их порядком размещения

http://works.tarefer.ru/50/100080/pics/image002.gif

Сочетаниями называются соединения составленные из n-различных элементов по m-

элементам, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

http://works.tarefer.ru/50/100080/pics/image004.gif

Сочетания с повторениями это такие соединения состоящие из n-различных

элементов по m-элементам отличающиеся друг от друга или хотя бы одним

элементом или тем, что хотя бы один элемент входит различное число раз

http://works.tarefer.ru/50/100080/pics/image005.gif

**Правило суммы**

Если некоторый объект А может быть выбран из совокупности объектов М

способами, а объект В N способами, то выбор либо объекта А либо объекта В

может быть осуществлен М+N способами.

**Правило произведения**

Если объект А может быть выбран из совокупности объектов М способами, а после

такого выбора объект В может быть выбран N способами, то пара объесков А и В

могут быть выбраны А\*В способами.

**Примеры решения комбинаторных задач.**

1. Сколькими способами семь книг разных авторов можно расставить на полке в один ряд?

Решение: эта задача о числе перестановок семи разных книг. Имеется =7!=1=5040 способов осуществить расстановку книг.

б) В группе 30 человек, нужно выбрать старосту, зама и профорга. Сколькими способами это можно сделать?

Решение: задача сводится к вычислению размещений из 30 человек по 3, т.е.

24 360

**Задания для самостоятельной работы студентов**

1.      Имеется 5 видов конвертов без марок и 4 вида марок. Сколькими способами можно выбрать конверт с маркой для посылки и письма?

2.      Сколькими способами можно выбрать гласную и согласную буквы из слова «здание»?

3.      Сколько можно составить пятибуквенных слов из 7 гласных и 25 согласных букв, если гласные и согласные должны чередоваться?

4.      Сколько существует пятизначных четных чисел, в которых ни одна цифра не повторяется дважды?

5.      Сколькими способами можно посадить за круглый стол 5 мужчин и 5 женщин так, чтобы никакие два лица одного пола не сидели рядом?

6.      Сколькими способами можно выбрать 3 краски из имеющихся 5 различных красок?

7.      На школьном вечере присутствуют 12 девушек и 15 юношей. Сколькими способами можно выбрать из них 4 пары для танца?

8. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр числа 123153?

9. Сколько существует семизначных телефонных номеров, в первых трех цифрах которых не встречаются 0 и 9?

10. Сколько трехзначных чисел, оканчивающихся цифрой 3?

11. Сколько ожерелий можно составить из 7 различных бусин?

12. Сколько различных двухзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, если цифры в числе могут повторяться?

13. Сколькими способами можно выбрать 4 числа из 10?

**Самостоятельная работа № 14**

**Работа с учебной и справочной литературой**

**Литература:**

Основные источники:

1.Конспекты занятий

2.Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с

3. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..

4. Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко. – 7-е изд., -М.: Дрофа, 2010

**Время на выполнение – 1 час**

**Самостоятельная работа студентов:**

**Перечень заданий**:

1. Проработка конспектов занятий
2. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с стр 281-284
3. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..стр. 230-235
4. Изучение материала по учебнику Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко. – 7-е изд., -М.: Дрофа, 2010 параграф 16 стр 371-381

**Самостоятельная работа № 15**

**Решение учебных задач по теме:**

**Основные понятия теории вероятностей и математической статистики**

**Время на выполнение – 2 часа**

**Форма представления работы**: тетрадь с выполненным заданием

**Перечень заданий**:

1.Повторите материал лекций по данной теме

2.Рассмотрите примеры выполнения заданий

3.Выполните самостоятельную работу

**Методические рекомендации:**

**Классическое определение вероятности**

Раздел математики, изучающий закономерности случайных событий, называется теорией вероятностей.

Вероятностью Р(А) события А в испытании с равновозможными элементарными исходами называют отношение числа исходов m, благоприятствующих событию А, к числу n всех исходов испытания.

*Пример 1*: В партии из 30 миксеров 2 бракованных. Найти вероятность купить исправный миксер.

**Аксиомы вероятностей:**

Каждому событию А поставлено в соответствие неотрицательное число Р(А), называемое вероятностью события А.

Если события А1, А2 … попарно несовместны, то Р(А1+А2+…)=Р(А1)+Р(А2)+…

**Свойства вероятностей:**

Вероятность невозможного события равна нулю Р=0.

Вероятность достоверного события равна единице Р=1.

Вероятность произвольного случайного события А заключается между 0 и 1: 0<Р(А)<1.

*Пример 2*: Из 34 экзаменационных билетов, пронумерованных с помощью чисел от 1 до 34, наудачу извлекается один. Какова вероятность, что номер вытянутого билета есть число, кратное трем.

*Решение:* Найдем количество чисел от 1 до 34, кратных трем. Это числа 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33. Всего таких чисел 11. Таким образом, искомая вероятность 

События А и В называются совместными, если они могут одновременно произойти, и несовместными, если при осуществлении одного события не может произойти другое.

События А и В называются независимыми, если вероятность наступления одного события не зависит от того, произошло другое событие или нет.

Вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей слагаемых без вероятности произведения: Р(А+В)=Р(А)+Р(В)-Р(АВ)

*Пример 3*: Вероятность поражения одной мишени – 0,7, а другой – 0,8. Какова вероятность, что будет поражена хотя бы одна мишень, если по ним стреляют независимо друг от друга.

*Решение*: Т.к. события совместны, то 

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей слагаемых: Р(А+В)=Р(А)+Р(В).

Р(А)+Р()=1

Условная вероятность – вероятность одного события, при условии, что другое событие уже произошло.

Вероятность произведения событий А и В равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого: Р(АВ)=Р(А)∙Р(А/В) или Р(ВА)=Р(А)∙Р(В/А)

Вероятность произведения двух независимых событий А и В равна произведению вероятностей сомножителей: Р(АВ)=Р(А)∙Р(В).

*Пример 4*: В двух коробках лежат ручки разного цвета. В первой коробке – 4 красных и 6 черных, во второй – 3 красных, 5 синих и 2 черных. Из обеих коробок вынимают по одной ручки. Найти вероятность, что обе ручки красные.

*Решение*: Найдем вероятности вытащить красную ручку из каждой коробки



Тогда вероятность того, что обе ручки красные: 

*Полная вероятность. Формула Байеса*

Если событие А может произойти только при выполнении одного из событий Н1, Н2, …, которые образуют полную группу несовместных событий, то вероятность события А вычисляется по формуле



Эта формула называется формулой полной вероятности.

Если выполняются все условия, имеющие место для формулы полной вероятности, и , то выполняется равенство, называемое формулой Байеса:



*Пример 1*: В первой партии 20 ламп, во второй – 30 ламп и в третьей – 50 ламп. Вероятности того, что проработает заданное время, равна для первой партии 0,7, для второй – 0,8 и для третьей партии – 0,9. Какова вероятность того, что наудачу взятая лампа проработает заданное время? Найти вероятность, что эта лампа принадлежит первой партии?

*Решение*: Пусть событие А – наудачу взятая лампа проработает заданное время.

Тогда, пусть Н1 – лампа из первой партии, Н2 – лампа из второй партии и Н3 – лампа из третьей партии. Тогда событие А/Н1 – лампа из первой партии проработает заданное время, А/Н2 – лампа из второй партии проработает заданное время и А/Н3 – лампа из третьей партии проработает заданное время. Найдем вероятности



Теперь, используя формулу Байеса найдем вероятность того, что эта лампа принадлежит первой партии



*Пример 2*: Имеются 3 одинаковые урны. В первой урне находятся 5 белых и 7 черных шаров, во второй – только белые и в третьей – только черные. Наугад выбираются урна и из нее извлекается один шар. Какова вероятность, что этот шар белый?

*Решение*: Пусть событие А – извлекается белый шар.

Тогда, пусть Н1 – шар из первой урны, Н2 – шар из второй урны и Н3 – шар из третьей урны. Тогда событие А/Н1 – белый шар из первой урны, А/Н2 – белый шар из второй урны и А/Н3 – белый шар из третьей урны. Найдем вероятности



**Формула Бернулли**

1. Вероятность того, что событие А наступит ровно m раз при проведении n независимых испытаний, каждый из которых имеет ровно два исхода вычисляется по формуле Бернулли 

*Пример 1*: Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету равна 0,2. Найти вероятность, что из 6 приобретенных билетов 2 окажутся выигрышными.

*Решение:*



1. Вероятность наступления события А хотя бы один раз при проведении n независимых испытаний, удовлетворяющих схеме Бернулли, равна 

*Пример 2*: Прибор состоит из шести элементов, работающих независимо друг от друга. Вероятность безотказной работы каждого элемента за определенное время равна 0,6. Для безотказной работы прибора необходимо, чтобы хотя бы один элемент был исправен. Какова вероятность, что за данное время прибор будет работать безотказно?

*Решение*:



1. Вероятность наступления события А хотя бы один раз при проведении n независимых испытаний, удовлетворяющих схеме Бернулли, наступит не менее m1 и не более m2 раз вычисляется по формуле 

*Пример 3*: Найти вероятность осуществления от двух до четырех разговоров по телефону при наблюдении пяти независимых вызовов, если вероятность того, что разговор состоится, равна 0,7.

*Решение:*



1. Наивероятнейшее значение m0 числа наступления события А при проведении n повторных независимых испытаний, удовлетворяющих схеме Бернулли, вычисляется по формуле 

*Пример 4*: Магазин получил 50 деталей. Вероятность наличия нестандартной детали в партии равна 0,05. Найти наиболее вероятное число нестандартных деталей в партии.

*Решение*:



**Дискретная случайная величина и ее числовые характеристики**

Случайная величина Х – это числовая функция , определенная на пространстве элементарных событий. Случайные величины, имеющие счетные множества возможных значений, называются дискретными. Дискретная случайная величина определена, если известны все ее значения и соответствующие им вероятности. Соотношение между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями называют распределением вероятностей случайной величины. Для дискретной случайной величины это соответствие может быть записано в виде таблицы: 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| xi | x1 | x2 | … | xn |
| pi | p1 | p2 | … | pn |

Математическим ожиданием (средним значением) дискретной случайной величины Х называют сумму произведений всех ее возможных значений на соответствующие им вероятности 

Дисперсией дискретной случайной величины Х называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания . Дисперсия дискретной случайной величины вычисляется по формулам:





Средним квадратичным отклонением дискретной случайной величины называют корень квадратный из дисперсии .

Если случайная величина Х имеет биномиальное распределение вероятностей, то



*Пример 1*: Случайная величина Х задана таблицей распределения вероятностей. Найти М(Х), D(Х), σ(Х).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| хi | 2 | 5 | 8 | 9 |
| рi | 0,1 | 0,4 | 0,3 | 0,2 |

*Решение:*



*Пример 2*: Найти математическое ожидание и дисперсию числа лотерейных билетов, на которые выпадут выигрыши, если приобретено 100 билетов, а вероятность выигрыша на каждый билет равна 0,05.

*Решение*:



**Задания для самостоятельной работы студентов:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Задание 1.** Используя классическое определение вероятности события, решить следующие задачи: | |
| вариант 1 | В коробке 4 красных, 5 зеленых, 8 желтых, 7 белых и 1 черный шар. Найти вероятность вытащить: красный шар; синий шар; белый шар; цветной шар; или зеленый или белый шар; не красный шар; шар одного из цветов светофора. |
| вариант 2 | В одном ящике 3 белых и 7 черных шаров, в другом ящике – 6 белых и 8 черных шара. Найти вероятность того, что хотя бы из одного ящика будет вынут белый шар, если из каждого ящика вынуто по одному шару. |
| **Задание 2.** Используя формулы полной вероятности и Байеса, решить следующие задачи: | |
| вариант1 | Детали, изготовляемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадет к первому контролеру =0,5, ко второму =0,6. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером =0,94, а вторым =0,92. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер. |
| вариант2 | Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартная равна 0,9, а второго – 0,8. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь – стандартная. |
| **Задание 3**. Используя формулу Бернулли, решить следующие задачи: | |
| вариант1 | Вероятность того, что расход электроэнергии на продолжении одних суток не превысит установленной нормы равна 0,75. Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы |
| вариант2 | . Вероятность выигрыша по одному лотерейному билету =0,3. Какова вероятность того, что из семи приобретенных билетов три билета окажутся выигрышными? |
| **Задание 4.** Найти числовые характеристики дискретных случайных величин: | |
| вариант1 | Найти дисперсию случайной величины Х, которая задана следующим законом распределения:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | хi | 1 | 2 | 5 | | рi | 0,3 | 0,5 | 0,2 | |
| вариант 2 | Найти дисперсию случайной величины Х, которая задана следующим законом распределения:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | хi | 2 | 3 | 5 | | рi | 0,1 | 0,6 | 0,3 | |

**Самостоятельная работа № 16**

**Работа с учебной и справочной литературой**

**Литература:**

Основные источники:

1.Конспекты занятий

2.Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с

3. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..

4.Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко. – 7-е изд., -М.: Дрофа, 2010

**Время на выполнение – 1 час**

**Самостоятельная работа студентов:**

**Перечень заданий**:

1. Проработка конспектов занятий
2. Григорьев С.Г., Иволгина С.В. Математика: Учебник для студентов среднего профессионального образования. – М.: Издательский центр « Академия», 2015.-416с стр 276-280; стр 285-307
3. Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования/ – М.: Издательский центр «Академия», 2014 -320с..стр.221-255
4. Изучение материала по учебнику Математика: учеб.для ссузов / Н.В.Богомолов, П.И. Самойленко. – 7-е изд., -М.: Дрофа, 2010 параграф 17 стр 382-391